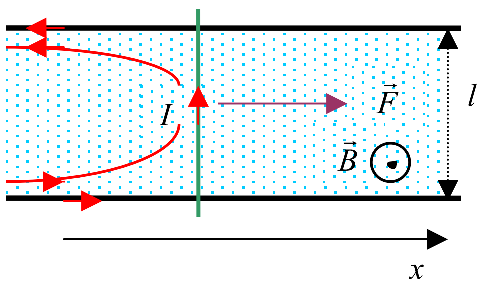
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

<u>Глава 4.</u> Электромагнитная индукция и уравнения Максвелла.

4.1. Движущиеся проводники в магнитном поле.

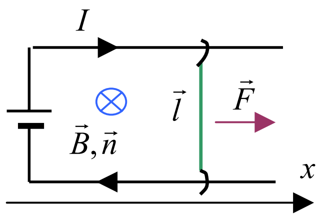
4.1.1. <u>Работа магнитного поля при перемещении контура с током</u>.

На элементы контура с током, находящегося во внешнем магнитном поле, действуют Амперовы силы. Поэтому при перемещении контура или его элементов эти силы будут совершать работу. Найдем эту работу.



А) Рассмотрим частный случай - движение перемычки в поперечном магнитном поле. Пусть контур с подвижной перемычкой длиной l находится в однородном магнитном поле $\vec{B} = const$, перпендикулярном плоскости контура и направлено на нас. В контуре и по перемычке течет постоянный электрический ток $I = const$. Рассмотрим движение перемычки в поперечном магнитном поле $\vec{B}$. Сила Ампера, действующая на перемычку с током равна

$$F = \frac{I}{c} Bl \tag{4.1.1}$$



и направлена вдоль оси x. При перемещении перемычки на расстояние dx сила Ампера совершает работу:

$$\delta A = Fdx = \frac{I}{c} Bldx = \frac{I}{c} BdS\,, \tag{4.1.2}$$

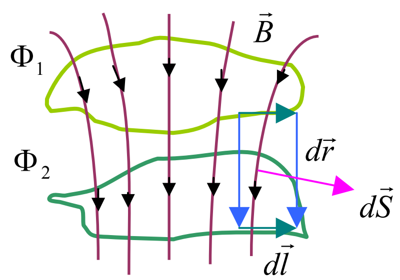
где dS - приращение площади контура. Выберем нормаль $\vec{n}$ к плоскости контура так, чтобы она образовывала правовинтовую систему с направлением тока I. Тогда, вводя поток вектора индукции $d\text{Ц} = \vec{B}d\vec{S} = BdS$, получаем, что работа, совершаемая магнитным полем равна изменению магнитного потока, умноженному на ток:

$$\delta A = \frac{I}{c} d\text{Ц}\,. \tag{4.1.3}$$

Для конечного перемещения имеем:

$$A = \frac{I}{c}\left(\text{Ц}_2 - \text{Ц}_1\right). \tag{4.1.4}$$

Этот результат легко распространяется на случай произвольного направления магнитного поля $\vec{B}$, если представить последнее как сумму векторов $\vec{B} = \vec{B}_n + \vec{B}_l + \vec{B}_x$, где компоненты $\vec{B}_l$ и $\vec{B}_x$ направлены вдоль перемычки и направления перемещения, соответственно. Составляющая $\vec{B}_l$ параллельна току и поэтому не дает вклада в силу Ампера. Составляющая $\vec{B}_x$ определяет компоненту силы Ампера, перпендикулярную перемещению, которая не совершает работы. Таким образом, снова имеем (4.1.3): $\delta A = \frac{I}{c} d\Phi$.



Б). Рассмотрим общий случай. Пусть любой формы контур с током совершает в неоднородном постоянном магнитном поле произвольное перемещение, в процессе которого контур может деформироваться. Мысленно разобьем такой контур на бесконечно малые элементы тока $d\vec{l}$ и рассмотрим их бесконечно малые перемещения $d\vec{r}$. В этом случае магнитное поле, в котором перемещается каждый элемент $d\vec{l}$, можно считать однородным. Работа Амперовой силы по перемещению каждого элемента тока равна: $\delta A' = d\vec{r}d\vec{F} = \frac{I}{c}d\text{Ц}'$, где под $d\text{Ц}'$ следует понимать вклад в приращение магнитного потока сквозь контур от элемента контура. Сложив такие элементарные работы для всех элементов контура, снова получаем

$$\delta A = d\vec{r}\vec{F} = d\vec{r}\left(\frac{I}{c}\oint\left[d\vec{l},\vec{B}\right]\right) = \frac{I}{c}\oint d\vec{r}\left[d\vec{l},\vec{B}\right] = \frac{I}{c}\oint\vec{B}\left[d\vec{r},d\vec{l}\right] = \frac{I}{c}\oint\vec{B}d\vec{S} = \frac{I}{c}d\text{Ц}, \qquad (4.1.5)$$

где $d\text{Ц}$ - полное изменение магнитного потока, пронизывающего контур, при перемещении контура на $d\vec{r}$. dS - элемент площади, пересекаемой контуром при том же перемещении.

Чтобы найти работу силы Ампера при перемещении контура с током во внешнем магнитном поле от начального 1 до конечного положения 2, следует проинтегрировать полученное выражение:

$$A = \frac{1}{c}\int_1^2 Id\Phi. \qquad (4.1.6)$$

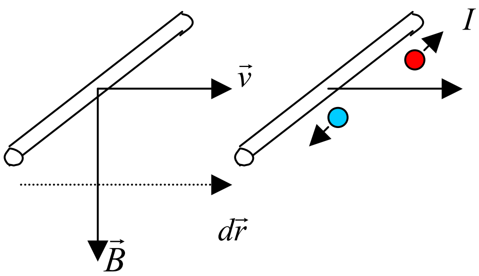
Если при этом перемещении ток поддерживать постоянным ($I = const$), то работа сил Ампера равна:

$$A = I\left(\Phi_2 - \Phi_1\right), \qquad (4.1.7)$$

где Φ_1 и Φ_2 - магнитные потоки сквозь контур в начальном и конечном положениях контура. Таким образом, *работа сил Ампера равна произведению силы тока на приращение магнитного потока сквозь контур*. Полученное выражение дает не только величину, но и знак совершаемой работы.

4.1.2. Индукция токов.

В замкнутом проводнике, движущемся в магнитном поле, возникает *индукционный ток*. Индукция токов открыта М. Фарадеем (1831 г.; Майкл Фарадей, английский физик, 1791–1867) и это является одним из самых фундаментальных открытий в электродинамике. Природа этого тока - сила Лоренца. Пусть прямой

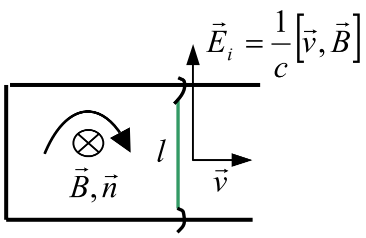


участок проводника движется в поле $\vec{B}$ со скоростью $\vec{v}$. Полная скорость электронов складывается из скорости теплового движения и скорости направленного движения

$$\vec{v}_{tot} = \vec{v} + \vec{v}_{temp} \qquad (4.1.8)$$

Сила Лоренца $\vec{F}_1 = \frac{e}{c}\left[\vec{v}_{temp},\vec{B}\right]$ только искривляет траекторию движения электрона, а сила $\vec{F}_2 = \frac{e}{c}\left[\vec{v},\vec{B}\right]$ заставляет заряды смещаться вдоль проводника. За счет последней силы и возникает индукционный ток. Если проводник не замкнут, то возникает разность потенциалов на его концах; если проводник замкнут, то – индукционный ток. Магнитная сила $\vec{F}$ играет роль сторонней силы, т.е. сила Лоренца эквивалентна электрическому полю

$$e\vec{E}_i = \frac{e}{c}\left[\vec{v},\vec{B}\right]$$
$$\vec{E}_i = \frac{1}{c}\left[\vec{v},\vec{B}\right] \qquad (4.1.9)$$



В замкнутом контуре возникает *Электродвижущая Сила* (ЭДС) E - работа по перенесению единичного заряда по замкнутому контуру. ЭДС, создаваемая полем $\vec{E}_i$, называется электродвижущей силой индукции E_i:

$$\mathsf{E}_i = \frac{A}{q} \qquad (4.1.10)$$

$$\mathsf{E}_i = \oint_L \vec{E}_i d\vec{l} = \frac{1}{c}\oint_L\left[\vec{v},\vec{B}\right]d\vec{l} = \frac{1}{c}\oint_L\vec{B}\left[d\vec{l},\vec{v}\right] = -\frac{1}{c}\oint_L\vec{B}\left[\vec{v},d\vec{l}\right] \qquad (4.1.11)$$

Так как скорость определяется $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ и элемент площадки $d\vec{S} = \left[d\vec{r},d\vec{l}\right]$ (где нормаль совпадает с обходом контура), то получаем *закон электромагнитной индукции*:

$$\mathsf{E}_i = -\frac{1}{c}\oint \vec{B}\left[\frac{d\vec{r}}{dt}, d\vec{l}\right] = -\frac{1}{c}\frac{\oint \vec{B}\left[d\vec{r}, d\vec{l}\right]}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{\oint \vec{B}d\vec{S}}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{dЦ}{dt}$$

$$\mathsf{E}_i = -\frac{1}{c}\frac{dЦ}{dt} \qquad (4.1.12)$$

Если изменяются все участки замкнутого провода, то закон (4.1.12) также справедлив для контура в целом, где $\frac{d\Phi}{dt}$ скорость изменения потока через весь контур. Так, если для малого кусочка провода $d\vec{l}$, имеем:

$$d\mathsf{E}_i = -\frac{1}{c}\frac{d\Delta\Phi}{dt}, \qquad (4.1.13)$$

то, суммируя по всему контуру с током, получаем

$$\mathsf{E}_i = -\frac{1}{c}\oint\frac{d\Delta\Phi}{dt} = -\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\oint\Delta\Phi = \frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt} \qquad (4.1.14)$$

Закон электромагнитной индукции (4.1.12)- (4.1.14) справедлив при произвольных движениях и деформациях замкнутого контура.

Итак, возбуждение ЭДС индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием магнитной составляющей силы Лоренца, пропорциональной $\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$, которая возникает при перемещении проводника. Величина ЭДС индукции зависит от скорости изменения магнитного потока, проходящего через контур. Однако Фарадей обобщил это утверждение и показал, что ЭДС индукции возникает даже в неподвижном контуре.