

## §3. УСКОРЕНИЕ

Физической величиной, характеризующей изменение скорости с течением времени, является **ускорение** ①. Чтобы определить изменение скорости  $\Delta \vec{v}$  самолета за промежуток времени  $\Delta t$ , необходимо найти разность между его конечной скоростью  $\vec{v} + \Delta \vec{v}$  (в момент времени  $t + \Delta t$ ) и начальной  $\vec{v}$  (в момент времени  $t$ ).

*Отношение  $\Delta \vec{v} / \Delta t$  при неограниченном уменьшении промежутка времени  $\Delta t$  определяет вектор мгновенного ускорения:*

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение численно равно изменению скорости в единицу времени. Единица ускорения — метр на секунду в квадрате ( $\text{м/с}^2$ ).

Вектор ускорения  $\vec{a}$  параллелен вектору изменения скорости  $\Delta \vec{v}$  (при  $\Delta t \rightarrow 0$ ).

В общем случае вектор  $\vec{a}$  может иметь составляющие, направленные как по касательной  $\vec{a}_\tau$ , так и по нормали (перпендикулярно)  $\vec{a}_n$  к ней ②:  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ ,

где  $\vec{a}_\tau$  — касательное (тангенциальное) ускорение,

$\vec{a}_n$  — нормальное (центростремительное) ускорение.

При прямолинейном движении тела нормальное ускорение равно нулю ( $\vec{a}_n = 0$ ), поэтому мгновенное ускорение тела совпадает с тангенциальным.

*Равноускоренное прямолинейное движение — прямолинейное движение, при котором ускорение параллельно (сонаправлено) скорости и постоянно по модулю ③:*

$$\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}; a = \text{const.}$$

Каждую секунду скорость тела возрастает на  $a$  м/с. Тогда через время  $t$  тело, начавшее движение со скоростью  $v_0$ , наберет скорость  $v = v_0 + at$ . График зависимости  $v(t)$  — прямая линия с положительным тангенсом угла наклона, начинающаяся на оси ординат из точки  $v_0$  ④.

Площадь трапеции под графиком  $v(t)$  численно равна перемещению тела по оси  $X$  за время  $t$  при равноускоренном движении:  $x - x_0 = \Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ .

*Равнозамедленное прямолинейное движение — прямолинейное движение, при котором ускорение антипараллельно (противоположно направлено) скорости и постоянно по модулю ⑤:*

$$\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}; a = \text{const.}$$

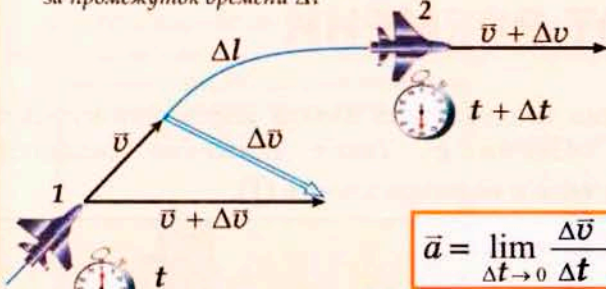
Скорость тела при равнозамедленном движении линейно уменьшается с течением времени:  $v = v_0 + at$ . График зависимости  $v(t)$  — прямая линия с отрицательным тангенсом угла наклона ⑥. Площадь трапеции под графиком  $v(t)$  равна перемещению тела по оси  $X$  за время  $t$  при равнозамедленном движении:

*Равнопеременное прямолинейное движение — движение с постоянным по модулю и направлению ускорением:  $a = \text{const.}$*

Например, равнопеременным является движение камня, брошенного с Земли вертикально вверх ⑦: как при подъеме, так и при спуске ускорение камня постоянно по модулю и направлено вниз ⑧.

## 1 ВЕКТОР МГНОВЕННОГО УСКОРЕНИЯ

Изменение скорости  $\Delta \vec{v}$  при криволинейном движении за промежуток времени  $\Delta t$



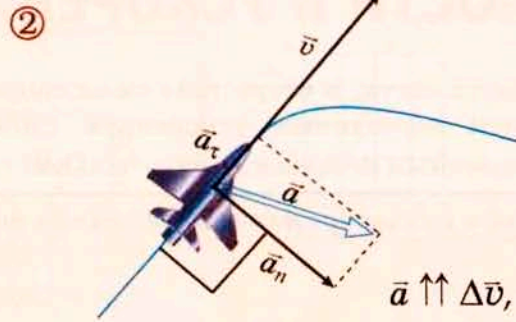
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

**МГНОВЕННОЕ УСКОРЕНИЕ** –

векторная физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло

## 2 ТАНГЕНЦИАЛЬНОЕ И НОРМАЛЬНОЕ УСКОРЕНИЯ

Направление вектора мгновенного ускорения при криволинейном движении



$$\vec{a} \uparrow \Delta \vec{v},$$

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

## ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ УСКОРЕНИЕМ

### 3 РАВНОУСКОРЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

$$\vec{a} \uparrow \vec{v},$$

$$a = \text{const}$$



### 5 РАВНОЗАМЕДЛЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

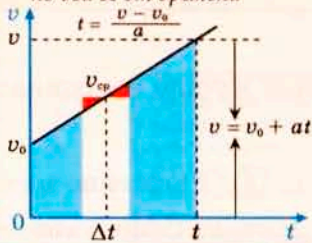
$$\vec{a} \downarrow \vec{v},$$

$$a = \text{const}$$



### 4 Линейная зависимость скорости движения по оси X от времени

$$v = v_0 + at$$



$$\Delta x = \left( \frac{v + v_0}{2} \right) \left( \frac{v - v_0}{a} \right) =$$

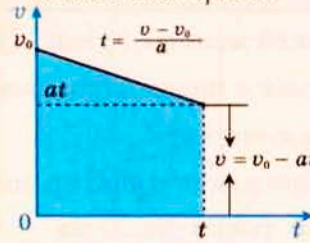
$$= \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

**ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ**

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

### 6 Линейная зависимость скорости движения вдоль оси X от времени

$$v = v_0 - at$$



$$\Delta x = \left( \frac{v + v_0}{2} \right) \left( \frac{v_0 - v}{a} \right) =$$

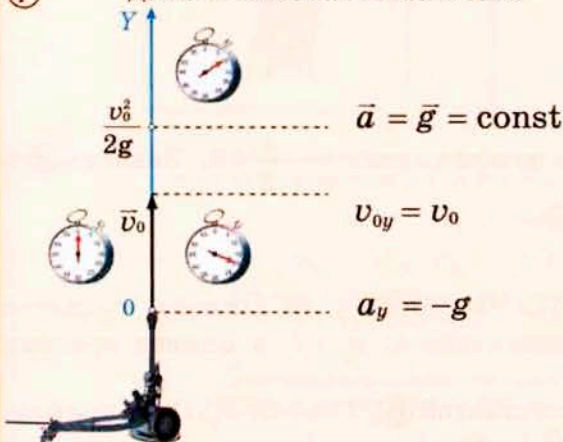
$$= \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$$

**ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ**

$$x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$$

## РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

### 7 Движение тела в поле тяжести Земли

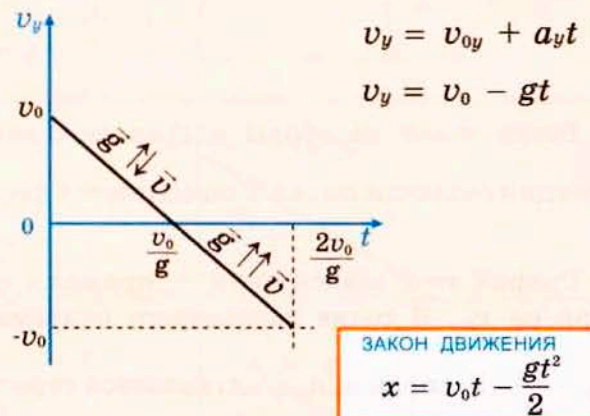


$$\vec{a} = \vec{g} = \text{const}$$

$$v_{0y} = v_0$$

$$a_y = -g$$

### 8 Зависимость проекции скорости $v_y$ от времени



$$v_y = v_{0y} + a_y t$$

$$v_y = v_0 - gt$$

**ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ**

$$x = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

## §4. РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ. ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ ПУТИ, ПЕРЕМЕЩЕНИЯ, СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ ОТ ВРЕМЕНИ

В поле тяжести, в отсутствие силы сопротивления воздуха тела любой массы движутся с одинаковым постоянным ускорением свободного падения  $\vec{g}$ . Такое движение является равнопеременным независимо от начальной скорости тела и ее направления ①.

**Закон равнопеременного движения по оси  $Y$  имеет вид:**

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2} \quad (1)$$

Рассмотрим сначала свободное падение монеты без начальной скорости с высоты  $H$  на землю ②. Направим ось  $Y$  вниз и выберем начало отсчета в верхней точке. Тогда  $y_0 = 0$ ,  $v_{0y} = 0$ . Ускорение свободного падения  $\vec{g}$  направлено вниз. Следовательно, его проекция на ось  $Y$ :  $a_y = g$ . Подстановка начальных условий ( $y_0, v_{0y}$ ) и ускорения  $a_y$  в формулу (1) дает закон свободного падения тела без начальной скорости.

$$y = \frac{gt^2}{2}.$$

Координата  $y$  характеризует одновременно и перемещение, и путь монеты. Графиком такой квадратичной зависимости от времени является парабола с вершиной в начале координат.

**При равноускоренном движении скорость тела линейно зависит от времени:**

$$v_y = v_{0y} + a_y t \quad (2)$$

Для свободно падающей монеты  $v_y = gt$  ③.

График  $v_y(t)$  — прямая с положительным наклоном, проходящая через начало координат;  $a_y = g$  — положительная константа.

Рассмотрим теперь движение мяча, брошенного вверх со скоростью  $v_0$  ④. Движение мяча вверх вплоть до высшей точки подъема — равнозамедленное, а при возвращении вниз — равноускоренное. Однако в целом его движение является равнопеременным, так как все время движения ускорение мяча остается постоянным (равным  $g$ ).

Направим ось  $Y$  вверх и выберем нуль отсчета в точке бросания. Тогда при  $y_0 = 0$ ,  $v_{0y} = v$ ,  $a_y = -g$ , закон движения (1) имеет вид:

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Ветви такой параболы направлены вниз, так как коэффициент —  $\frac{g}{2} < 0$ . Зависимость проекции скорости по оси  $Y$  описывается формулой (2) ⑤:

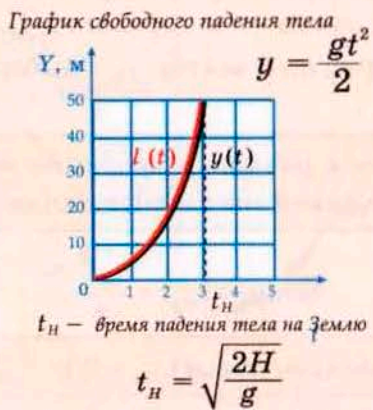
$$v_y = v_0 - gt.$$

График этой зависимости — прямая с отрицательным тангенсом угла наклона, поднятая вверх на  $v_0$ . В точке наивысшего подъема тело останавливается:  $v_y = 0$  в момент времени

$t_{\max} = \frac{v_0}{g}$ . Ускорение  $a_y = -g$  является отрицательной константой ⑥. График  $a_y(t)$  — прямая, параллельная оси времени.

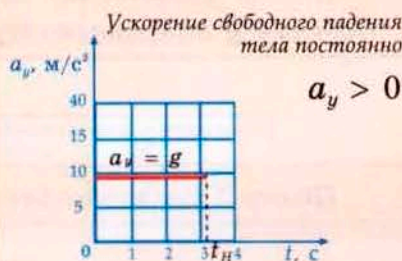
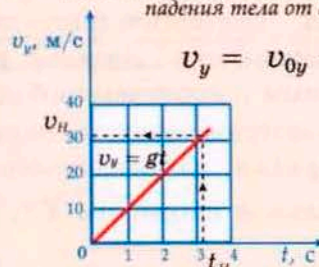
## СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛА В ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ ЗЕМЛИ

① 
$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$
 ( $y_0 = 0; v_{0y} = 0; a_y = g$ )  
 $y$  – перемещение (путь) тела  
 Ветви параболы  $y(t)$  направлены вверх



③ Зависимость скорости свободного падения тела от времени

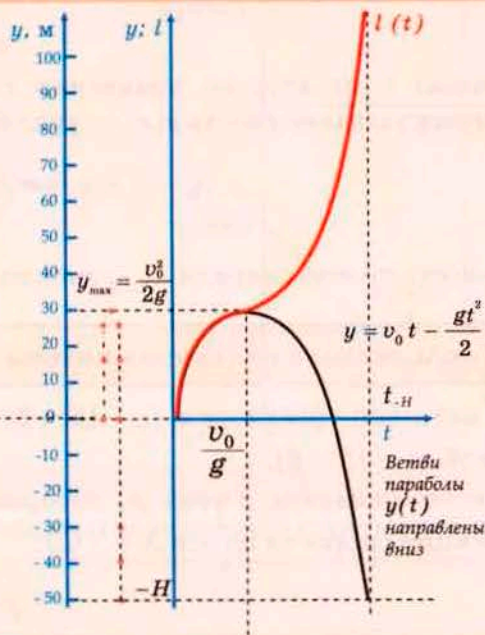
$$v_y = v_{0y} + a_y t$$



## РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ВЕРТИКАЛЬНО ВВЕРХ

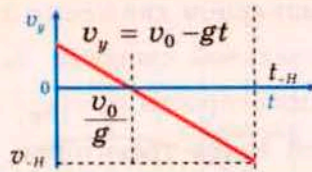
Зависимость перемещения  $y$  и пути  $l$  тела от времени

④ 
$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$
 ( $y_0 = 0; v_{0y} = v_0; a_y = -g$ )



⑤ Зависимость проекции скорости тела на вертикальную ось от времени

$$v_y = v_{0y} + a_y t$$
 ( $v_{0y} = v_0; a_y = -g$ )  
 Прямая с отрицательным наклоном



⑥ Зависимость проекции ускорения свободного падения тела от времени

$$a_y < 0$$

