



При решении задач на применение закона Кулона используются те же приёмы, что и при решении задач в курсе механики. Надо лишь иметь в виду, что направление кулоновской силы зависит от знаков зарядов взаимодействующих тел. Кроме того, в ряде задач используется закон сохранения заряда и тот факт, что заряд любого тела кратен заряду электрона.

Задача 1. Сколько электронов содержится в капле воды массой $m = 0,03$ г? Масса молекулы воды $m_0 = 3 \cdot 10^{-23}$ г.

Решение. Молекула воды (H_2O) содержит 10 электронов. В капле воды содержится $N = \frac{m}{m_0}$ молекул, и, следовательно, число электронов $Z = 10 \frac{m}{m_0} = 10^{22}$ электронов.

Задача 2. Два одинаковых шарика подвешены на нитях длиной $l = 2,0$ м к одной точке. Когда шарикам сообщили одинаковые заряды по $q = 2,0 \cdot 10^{-8}$ Кл, они разошлись на расстояние $r = 16$ см. Определите натяжение каждой нити и массу каждого шарика.

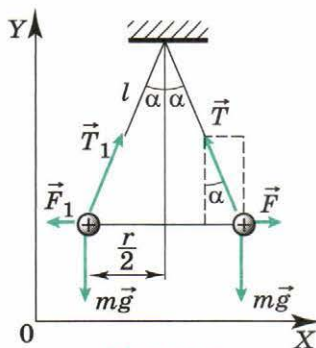


Рис. 14.5

Решение. На каждый шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити и кулоновская сила (рис. 14.5).

Каждый шарик неподвижен, следовательно, суммы проекций сил на оси OX и OY равны нулю. Для суммы проекций сил, действующих на правый шарик, на ось OX это условие имеет вид

$$F - T \sin \alpha = 0. \text{ Так как } \sin \alpha = \frac{r}{2l} \text{ и } F = k \frac{q^2}{r^2}, \text{ то}$$

$$T = \frac{F}{\sin \alpha} = \frac{F 2l}{r} = k \frac{q^2 2l}{r^3} \approx 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н. } |\vec{T}| = |\vec{T}_1|.$$

В проекциях на ось OY условие равновесия для каждого из шариков имеет вид $T \cos \alpha - mg = 0$, откуда с учётом того, что $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, по-

$$\text{лучим } m = \frac{T \cos \alpha}{g} = k \frac{q^2 2l}{gr^3} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{2l}\right)^2} \approx 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ кг.}$$

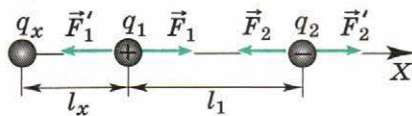


Рис. 14.6

Задача 3. Два разноимённых заряда $q_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ Кл и $q_2 = -8 \cdot 10^{-4}$ Кл расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Какой заряд q_x и где надо поместить, чтобы система зарядов находилась в равновесии?

Решение. Заряды q_1 и q_2 разноимённые, следовательно, они притягиваются и на них действуют силы \vec{F}'_1 и \vec{F}'_2 соответственно (рис. 14.6). Для равновесия каждого из зарядов необходимо, чтобы на заряды q_1 и q_2 со стороны заряда q_x действовали силы \vec{F}'_1 и \vec{F}'_2 , равные по модулю силам \vec{F}'_1 и \vec{F}'_2 и противоположные по направлению. Поскольку $q_1 < |q_2|$, заряд q_x должен быть помещён слева от заряда q_1 , чтобы силы, действующие на заряды q_1 и q_2 со стороны заряда q_x , были равны. Заряд q_x должен быть отрицательным, т. е. притягивать заряд q_1 и отталкивать заряд q_2 :

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}'_1, \quad \vec{F}_2 = -\vec{F}'_2.$$

В проекциях на ось X эти уравнения имеют вид $F_1 = F'_1$, $F_2 = F'_2$, или

$$k \frac{q_1 |q_2|}{l^2} = k \frac{|q_x| q_1}{l_x^2},$$

$$k \frac{q_1 |q_2|}{l^2} = k \frac{|q_x| |q_2|}{(l + l_x)^2}.$$

Решим полученную систему уравнений относительно двух неизвестных q_x и l_x . Из первого уравнения выразим $|q_x|$: $|q_x| = \frac{|q_2| l_x^2}{l^2}$ — и подставим во второе.

Получим уравнение $\frac{|q_2|}{(l + l_x)^2} = \frac{q_1}{l_x^2}$, или $\left| \frac{q_2}{q_1} \right| l_x^2 = (l + l_x)^2$. Подставим значения

зарядов: $4 = \left(\frac{l + l_x}{l_x} \right)^2$, или $\frac{l + l_x}{l_x} = \pm 2$.

Решением этого уравнения, удовлетворяющим физическому смыслу, является $l_x = 1$ м.

Подставив это значение в формулу для $|q_x|$, получим $|q_x| = |q_2| = 8 \cdot 10^{-4}$ Кл, или $q_x = -8 \cdot 10^{-4}$ Кл.

Задача 4. Два заряженных шарика, находящиеся друг от друга на расстоянии $r = 90$ см и помещённые в керосин, притягиваются друг к другу с силой $F = 80$ Н. Определите заряды шариков, если сумма их зарядов $q = 4 \cdot 10^{-5}$ Кл. Относительная диэлектрическая проницаемость керосина $\varepsilon = 2$.

Решение. Так как шарики притягиваются, то их заряды противоположны по знаку. Предположим, что заряд первого шарика положителен и равен q_1 , а второго отрицателен и равен q_2 . Согласно условию задачи

$$q_1 + q_2 = q, \quad \text{или} \quad q_1 - |q_2| = q. \quad (1)$$

По закону Кулона сила притяжения зарядов равна:

$$F = k \frac{q_1 |q_2|}{\varepsilon r^2}. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) — система двух уравнений относительно двух неизвестных q_1 и $|q_2|$.



Выразив из уравнения (2) $q_1 = \frac{F\epsilon r^2}{k|q_2|}$ и подставив в уравнение (1), получим $\frac{F\epsilon r^2}{k|q_2|} - |q_2| = q$.

Относительно модуля заряда $|q_2|$ получим уравнение $|q_2|^2 + q|q_2| - \frac{F\epsilon r^2}{k} = 0$.

Отсюда $|q_2| = -\frac{q}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \frac{F\epsilon r^2}{k}}$. Модуль числа всегда положителен, поэ-

тому оставляем один корень $|q_2| \approx 10^{-4}$ Кл.

Таким образом, $q_2 = -10^{-4}$ Кл, а $q_1 = 1,4 \cdot 10^{-4}$ Кл.

Задача 5. Два одинаковых небольших одноимённо заряженных шарика радиусом 1 см, массой 10 г и зарядом $4 \cdot 10^{-6}$ Кл подвешены в одной точке на двух нитях длиной 1 м в жидком диэлектрике. Плотность диэлектрика $\rho = 800$ кг/м³. Определите относительную диэлектрическую проницаемость диэлектрика ϵ , если угол между нитями $2\alpha = 60^\circ$.

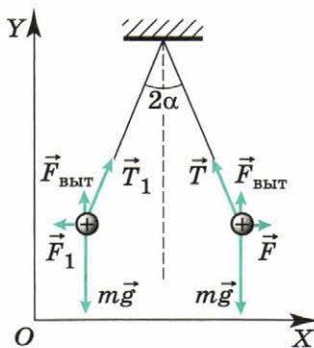


Рис. 14.7

Решение. На каждый шарик действуют сила тяжести, сила натяжения нити, выталкивающая сила и сила Кулона (рис. 14.7).

Условия равновесия шариков $m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{выт}} + \vec{F} = 0$, $m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{F}_1 + \vec{F}_{\text{выт}} = 0$, $T = T_1$, $F = F_1$.

В проекциях на оси координат для правого шарика запишем:

$$\text{на ось } OX: -T\sin\alpha + F = 0;$$

$$\text{на ось } OY: -mg + T\cos\alpha + F_{\text{выт}} = 0.$$

Выразив силу T из этих уравнений и приравняв правые части полученных выражений, найдём

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F}{mg - F_{\text{выт}}}. \quad (1)$$

При этом сила Кулона $F = k \frac{q^2}{\epsilon r_{12}^2}$, где $r_{12} = 2l \sin\alpha$, а выталкивающая сила $F_{\text{выт}} = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g$.



Подставим эти выражения в уравнение (1) и найдём диэлектрическую проницаемость: $\epsilon = \frac{kq^2}{4g(l\sin\alpha)^2 (m - \rho \frac{4}{3} \pi r^3) \operatorname{tg}\alpha} \approx 3,7$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определите силу взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода, если расстояние между ними равно $0,5 \cdot 10^{-8}$ см.