

1 МЕХАНИКА

1.1. Кинематика

1.1.1. Механическое движение и его виды



Механическое движение — это изменение положения тела в пространстве относительно других тел с течением времени.

Система отсчета — это система координат, тело отсчета, с которым она связана, и прибор для измерения времени (часы) (рис. 1.1).

Тело отсчета — это тело, относительно которого рассматривается изменение положения других тел в пространстве.

Поступательное движение — это движение твердого тела, при котором прямая, соединяющая две любые точки тела, перемещается параллельно своему начальному направлению.

Материальная точка — объект пренебрежимо малых размеров, имеющий массу.

Тело, размерами которого в условиях рассматриваемой задачи можно пренебречь, можно считать материальной точкой.

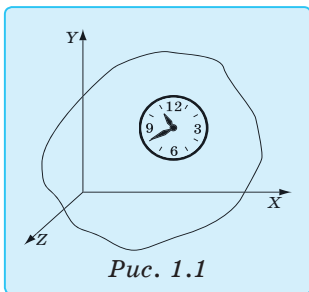


Рис. 1.1



Траектория — это линия, которую описывает тело при движении относительно выбранного тела отсчета.

Форма траектории зависит от выбора тела отсчета. Положение точки в пространстве задается двумя способами: 1) с помощью координат; 2) с помощью радиус-вектора.

Положение точки *с помощью координат* задается тремя проекциями точки x , y , z на оси декартовой системы координат OX , OY , OZ , связанные с телом отсчета (рис. 1.2).

Задание положения точки с помощью радиус-вектора осуществляется соединением точки A с началом координат O .

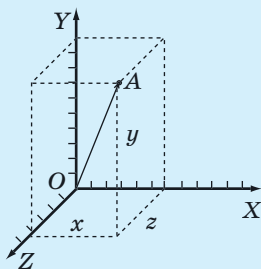
Радиус-вектором называется вектор, соединяющий начало отсчета с положением точки в произвольный момент времени.

Точка задана *радиус-вектором*, если известны его длина (модуль) и направление в пространстве.

Для случая движения на плоскости (рис. 1.3):

$$\begin{aligned}x &= r_x = r \cos \alpha, \\y &= r_y = r \sin \alpha.\end{aligned}$$

Если траекторией движения точки является прямая линия, то движение называется **прямолинейным**, а если кривая — **криволинейным**.



Например:
 $x = 6$, $y = 10$, $z = 4,5$,
тогда $A(6; 10; 4,5)$

Рис. 1.2



Вектор \vec{r} возможно также разложить на составляющие по осям X и Y , т. е. представить в виде суммы двух векторов:

$$\vec{r} = \vec{r}_x + \vec{r}_y.$$

Таким образом, в соответствии со способами задания координат движение точки можно описать двумя способами: 1) координатным; 2) векторным.

При *координатном способе* описания движения изменение координат точки со временем записывается кинематическими уравнениями, т. е. функциями всех трех ее координат от времени:

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t),$$

где t — время; $[t] = 1 \text{ с}$.

Зная кинематические уравнения движения и начальные условия (т. е. положение точки в начальный момент времени), можно определить положение точки в любой момент времени.

При *векторном способе* описания движения точки изменение ее положения со временем задается зависимостью радиус-вектора от времени:

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$

Перемещение — это вектор, соединяющий положения движущейся точки в начале и в конце некоторого промежутка времени:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$



Путь — это длина участка траектории, который пройден материальной точкой за данный промежуток времени.

Путь и перемещение могут совпадать только тогда, когда тело движется равномерно и прямолинейно.

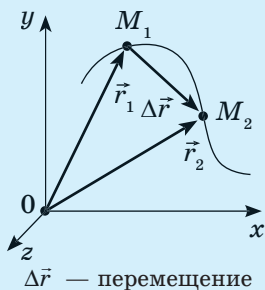


Рис. 1.4

1.1.2. Относительность механического движения

Траектории движения тела будут различными в разных системах отсчета. Так, например, любая точка на вращающемся пропеллере спускающегося на землю вертолета будет описывать окружность относительно вертолета и гораздо более сложную кривую — винтовую линию, относительно Земли.

Путь, пройденный телом, также зависит от системы отсчета. Путь, проделанный точкой на пропеллере относительно вертолета, намного меньше того пути, который она преодолела относительно Земли.



Относительность — зависимость механического движения тела от системы отсчета.

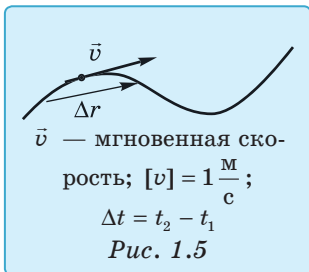


1.1.3. Скорость

Мгновенная скорость точки — это векторная величина, которая определяется как предел отношения перемещения $\Delta \vec{r}$ к промежутку времени Δt , в течение которого это перемещение произошло, при стремлении Δt к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Вектор мгновенной скорости всегда направлен по касательной к траектории движения. Он указывает направление, по которому происходило бы движение тела, если бы с момента времени t на него перестали действовать любые другие тела (рис. 1.5).



Средняя путевая скорость точки — это

скалярная величина, которая равна отношению всего пройденного телом пути ко всему времени движения:

$$v_{\text{cp}} = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs — путь, пройденный телом; $[s] = 1 \text{ м}$.

Средняя скорость перемещения точки — это векторная величина, которая равна отношению перемещения точки к промежутку времени, в течение которого это перемещение произошло:

$$\vec{v}_{\text{cp}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$





Скорости тел относительно разных систем отсчета будут различны.

Если два тела движутся в одной и той же системе отсчета со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 , то скорость первого тела относительно второго \vec{v}_{12} равна разности скоростей этих тел:

$$\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2.$$

В одном направлении:

$$v_{12} = v_1 - v_2.$$

Встречное движение:

$$v_{12} = v_1 + v_2.$$

1.1.4. Ускорение

Мгновенное ускорение — векторная физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло:



$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Ускорение может быть разложено на две составляющие: *тангенциальное* — по касательной к траектории движения и *нормальное* — перпендикулярно траектории (рис. 1.6).

Модуль ускорения определяется по формуле:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

где $[a] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

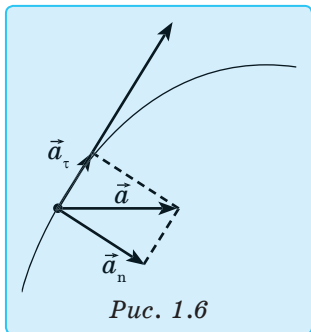


Рис. 1.6



1.1.5. Равномерное движение

Равномерное движение точки — это движение, при котором за любые равные промежутки времени она проходит равные пути:

$$v = |\vec{v}| = \text{const}.$$

Путь — это площадь под прямой $v = \text{const}$.

Равномерное прямолинейное движение — это движение, при котором тело перемещается с постоянной по модулю и направлению скоростью:

$$\vec{v} = \text{const}.$$



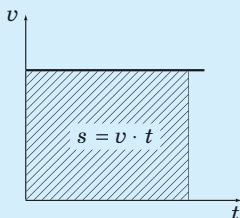
Закон равномерного движения точки

$$s = s_0 + vt,$$

где s — путь, пройденный точкой;

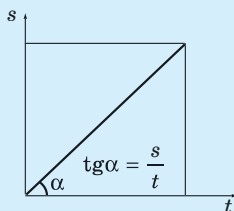
s_0 — значение s в начальный момент времени;

t — время движения.



В данном случае путь — это площадь под прямой, $v = \text{const}$

Рис. 1.7



Тангенс угла наклона α прямой $s(t)$ равен скорости

Рис. 1.8

Скорость при равномерном прямолинейном движении — это величина, равная отношению пути ко времени, за которое этот путь пройден:

$$v = \frac{s}{t}.$$



Закон прямолинейного равномерного движения тела по оси Ox :

$$x = x_0 + v_x t.$$

Перемещение при равномерном прямолинейном движении определяется по формуле:

$$\vec{S} = \vec{v} \cdot t.$$

1.1.6. Прямолинейное равноускоренное движение



Равнопеременное движение точки — это движение с постоянным ускорением, которое равно изменению скорости за любой конечный интервал времени:

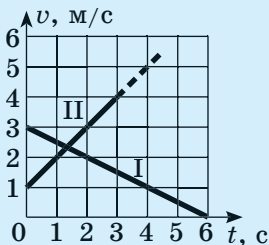
$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}; [a] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Скорость при прямолинейном равнопеременном движении:

$$v = v_0 + at.$$

Путь при прямолинейном равнопеременном движении:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$



I: $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$ —
равноускоренное;
II: $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$ —
равнозамедленное

Рис. 1.9

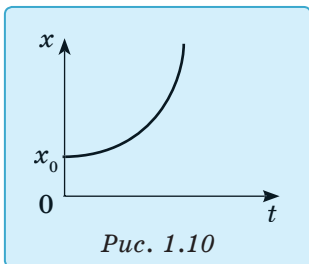


Рис. 1.10

Координаты при прямолинейном равнопеременном движении:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

В векторной форме:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}.$$

1.1.7. Свободное падение (ускорение свободного падения)



Свободное падение — это движение тела, обусловленное притяжением Земли, при отсутствии начальной скорости и сопротивления среды.

Свободно падающее тело движется поступательно, прямолинейно и равноускоренно.

Ускорение свободного падения — это ускорение, с которым движется свободно падающее тело.

Ускорение свободного падения зависит от географической широты. Так, например вблизи полюса $g = 9,83 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, а на экваторе — $g = 9,78 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Ускорение свободного падения у поверхности Земли (g):

$$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Высота тела над землей:

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Скорость тела:

$$v = \sqrt{2gh}.$$



1.1.8. Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью. Центробежное ускорение



1

При равномерном движении по окружности численное значение скорости остается постоянным.

Линейная скорость вращения точки — это скорость, которая направлена по касательной к траектории в этой точке (рис. 1.11).

При равномерном вращении модуль скорости с течением времени не изменяется, однако направление скорости в свою очередь зависит от времени. Вследствие этого тело движется с некоторым ускорением. Это ускорение также меняется, поэтому его определяют как мгновенное ускорение, или ускорение в данный момент времени:

$$\vec{a}_{\text{мгнов}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}.$$

Величина этого ускорения равна: $|\vec{a}_{\text{ц}}| = \frac{v^2}{R}$, а направлено ускорение к центру окружности перпендикулярно к вектору скорости.

Период обращения — это время, за которое совершается один оборот:

$$T = \frac{l_{\text{окр}}}{v} = \frac{2\pi R}{v}.$$

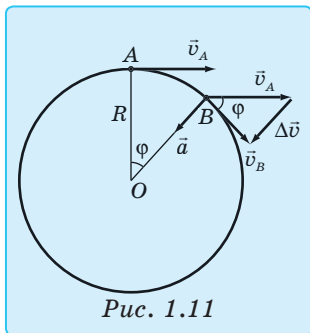


Рис. 1.11



Частота — это величина, обратная периоду, то есть число полных оборотов за единицу времени:

Например, точка равномерно движется вдоль окружности радиусом 5 м со скоростью 3 м/с. Тогда центростремительное ускорение равно:

$$a = \frac{(3 \text{ м/с})^2}{5 \text{ м}} = 1,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v = \frac{1}{T}; [v] = \frac{1}{\text{с}} = \text{с}^{-1}$$

Центростремительное ускорение — это величина, которая характеризует быстроту изменения направления линейной скорости:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 Rv^2.$$

Угловая скорость тела — это отношение угла поворота к интервалу времени, в течение которого этот поворот совершен:

$$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v, [\omega] = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Закон вращательного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где φ — угол поворота тела;

φ_0 — значение угла поворота в начальный момент времени.

Связь между линейной и угловой скоростями и центростремительным ускорением:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rv = \omega R;$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$