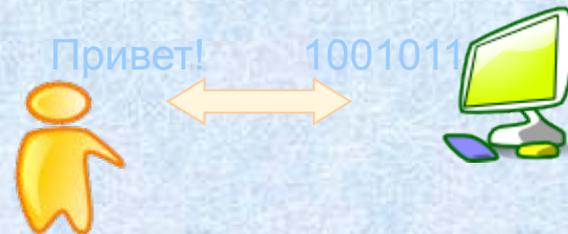


СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ



Система счисления

Система счисления — способ записи чисел с помощью набора специальных знаков, называемых цифрами.

Числа: 123, 45678, 1010011, CXL

Цифры: 0, 1, 2, ... I, V, X, L, ...

Алфавит – это набор цифр {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Виды систем счисления



В позиционных системах счисления величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от её положения в числе (позиции).

211

В непозиционных системах счисления величина, которую обозначает цифра, не зависит от положения в числе.

XXI

Непозиционные системы счисления

Каноническим примером *непозиционной системы* счисления является **римская**, в которой в качестве цифр используются латинские буквы: **I** обозначает 1, **V** - 5, **X** - 10, **L** - 50, **C** - 100, **D** - 500, **M** -1000.

Натуральные числа записываются при помощи повторения этих цифр. Например, $II = 1 + 1 = 2$, здесь символ **I** обозначает 1 независимо от места в числе.

Для правильной записи больших чисел римскими цифрами необходимо сначала записать число тысяч, затем сотен, затем десятков и, наконец, единиц.

Пример: число 1988. Одна тысяча **M**, девять сотен **CM**, восемьдесят **LXXX**, восемь **VIII**. Запишем их вместе: **MCMLXXXVIII**.

$$MCMLXXXVIII = 1000 + (1000 - 100) + (50 + 10 + 10 + 10) + 5 + 1 + 1 + 1 = 1988$$

Для изображения чисел в непозиционной системе счисления нельзя ограничиться конечным набором цифр. Кроме того, выполнение арифметических действий в них крайне неудобно.

Позиционные системы счисления

В позиционных системах счисления величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от её положения в числе (позиции).

Количество используемых цифр называется основанием системы счисления.

Десятичная система – возникла в Индии в результате счета на пальцах, заимствована арабами, завезена в Европу. Основание 10

Другие позиционные системы:

двоичная, восьмеричная, шестнадцатеричная (информатика)

двенадцатеричная (1 фут = 12 дюймов, 1 шиллинг = 12 пенсов)

двадцатеричная (1 франк = 20 су)

шестидесятеричная (1 минута = 60 секунд, 1 час = 60 минут)

Десятичная система счисления

Разложение числа по степеням 10

Десятичная система счисления использует цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Это позиционная система счисления по основанию 10. То есть величина, обозначаемая каждой цифрой в записи числа, зависит от её положения в числе (позиции).

Например:

$$\text{Число } 5346 = 5000 + 300 + 40 + 6 = 5 * 10^3 + 3 * 10^2 + 4 * 10^1 + 6 * 10^0$$

Номера 3 2 1 0

цифр

Здесь знаками равенства отделены три способа записи одного и того же числа. Наиболее интересна третья форма записи. Она устроена следующим образом: в нашем числе четыре цифры, цифры считаются справа налево начиная с 0. Они имеют номера:

$$0 - 6$$

$$1 - 4$$

$$2 - 3$$

$$3 - 5$$

Видно, что цифры умножаются на десять в степени порядковый номер цифры.

Десятичная система счисления

Разложение числа по степеням 10

Разложите по степеням 10 следующие десятичные числа:

$$6142=$$

$$53023=$$

$$1006=$$

$$31605=$$

Шестнадцатеричная система счисления

Разложение числа по степеням 16

Шестнадцатеричная система счисления это позиционная система счисления по основанию 16. В ней используется шестнадцать цифр:

Шестнадцатеричная цифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Десятичное значение	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Величина, обозначаемая каждой цифрой в записи числа, зависит от её положения в числе (позиции).

По аналогии с десятичным числом:

$$\text{Число } 5A6_{16} = 5 * 16^2 + A * 16^1 + 6 * 16^0$$

Номера 2 1 0
цифр

Здесь цифры умножаются на шестнадцать в степени порядковый номер цифры.

Шестнадцатеричная система счисления

Перевод числа из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную

Если в этом разложении выполнить действия и подставить вместо шестнадцатеричных цифр их десятичное значение, то получим это же число в десятичной системе счисления:

$$5A6_{16} = 5 * 16^2 + A * 16^1 + 6 * 16^0 = 5 * 256 + 10 * 16 + 6 = 1446_{10}$$

Еще один пример:

$$AC9_{16} = A * 16^2 + C * 16^1 + 9 * 16^0 = 10 * 256 + 12 * 16 + 9 = 2560 + 192 + 9 = 2761_{10}$$

Шестнадцатеричная система счисления

Перевод числа из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную

Таблица степеней 16

16^0	16^1	16^2	16^3	16^4
1	16	256	4096	65536

Разложите по степеням 16 и переведите в десятичную систему счисления следующие шестнадцатеричные числа:

$$5D3_{16} =$$

$$F4E_{16} =$$

$$1234_{16} =$$

$$F0F0_{16} =$$

$$A03_{16} =$$

$$ABC_{16} =$$

$$D3C0_{16} =$$

$$E20_{16} =$$

Двоичная система счисления

Разложение числа по степеням 2

Двоичная система счисления это позиционная система счисления по основанию 2. В ней используется две цифры: 0 и 1

Величина, обозначаемая каждой цифрой в записи числа, зависит от её положения в числе (позиции).

По аналогии с десятичным числом:

$$\text{Число } 1011_2 = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0$$

Номера 3 2 1 0
цифр

Здесь цифры умножаются на два в степени порядковый номер цифры.

Еще один пример:

$$1100101_2 = 1*2^6+1*2^5+0*2^4+0*2^3+1*2^2+0*2^1+1*2^0$$

Двоичная система счисления

Перевод числа из двоичной системы счисления в десятичную

Если в этом разложении выполнить действия, то получим это же число в десятичной системе счисления:

$$1011_2 = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 11_{10}$$

Еще один пример:

$$1100101_2 = 1 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 = 101_{10}$$

Двоичная система счисления

Перевод числа из двоичной системы счисления в десятичную

Таблица степеней 2

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Разложите по степеням 2 и переведите в десятичную систему счисления следующие двоичные числа:

$$10010_2 =$$

$$1010_2 =$$

$$100011_2 =$$

$$1001110_2 =$$

$$11101_2 =$$

$$1110_2 =$$

$$1100111_2 =$$

$$1111111_2 =$$