






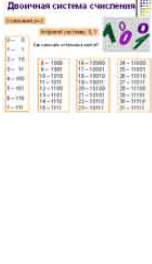
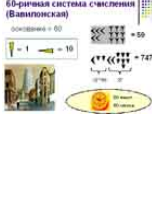




## Вводная лекция по теме «Системы счисления»

	<p>Дарвин считал, что обезьяну человеком сделал труд. Другие ученые считают, что человек стал человеком благодаря своим успехам в кодировании информации, благодаря появлению языка, письменности и способов кодирования числовой информации.</p> <p>Как считали люди в далеком прошлом?</p>
	<p>Первобытные люди не знали никаких чисел и использовали наглядное представление информации для запоминания какого-то количества предметов. Например, чтобы запомнить, что на охоте было убито 5 оленей, пещерный «летописец» просто рисовал их всех на стене пещеры.</p>
	<p>Но вот когда человек «подсчитывал» таким образом (т.е. рисовал) одинаковые предметы – 5 оленей, 5 ножей, 5 деревьев, у него постепенно начало формироваться понятие количества предметов. То есть само 5 стало мало-помалу отделяться от конкретных предметов.</p>
	<p>Зачем рисовать всех оленей для подсчета, если можно только лишь черточками, точками, насечками, узелками отобразить их количество? Возникло понятие числа.</p> <p>Такую систему счета можно назвать единичной, т.к. каждая черточка отражала единичку.</p> <p>Затем люди стали группировать насечки, камушки по 3, 5, 7, 10 штук – для удобства счета.</p>
	<p>Чтобы использовать числа, их нужно было как-то называть и как-то записывать.</p> <p>Разные народы в разные времена использовали разные системы нумерации.</p> <p>Например, в языке туземского племени, которое еще недавно существовало на островах Океании, было всего два числительных: один – урапун, два – окоза. Большие числа назывались так: 3 – окоза-урапун, 4 – окоза-окоза, 5 – окоза-окоза-урапун. Правда эта нумерация не успевала стать слишком громоздкой. Начиная с семи, числа имели одно обозначение – много.</p>
	<p>Развитые системы нумерации впервые появились в Древнем Египте и Месопотамии. Для записи чисел египтяне использовали иероглифы: 1, 10, 100 и т.д.</p> <p>Например, прочитайте число: ...</p> <p>Конечно, эта система очень громоздкая. Для записи числа 9, например, надо 9 раз повторять один и тот же иероглиф.</p>
	<p>Более компактными были так называемые алфавитные системы нумерации. Например, славянская. В ней числа закодированы буквами:...</p> <p>Чтобы отличить цифру от буквы, над ней ставился знак титло.</p> <p>Причем, буквы брались не все, а только те, что имелись в греческом алфавите.</p> <p>Прочитайте, например, число ТМА = 341</p> <p>Алфавитные системы были у многих народов: древних армян, грузин, евреев, греков и др.</p>
	<p>Вам знакома еще одна древняя алфавитная система нумерации (?) – римская.</p> <p>В качестве цифр в ней используется 7 латинских букв: I, V, X, L, C, D, M. И все числа записываются комбинациями этих букв.</p> <p>Например: MMDCCCLXXVI = 2876</p> <p>MCMXCIV = 1994 (если младшая цифра стоит перед старшей, то она вычитается).</p>
	<p>Все эти системы – египетская, славянская, римская являются непозиционными. Что это значит? Значение цифры (точнее, той величины, которую обозначает цифра) не зависит от ее позиции (места) в числе. Так, цифра C, участвуя в числе 3 раза, означает одну и ту же величину – 100.</p> <p>А что тогда означает позиционность системы? В числе 213335 тройка тоже участвует три раза, но «вес» каждой тройки разный. Мы знаем, что это 3 тысячи, 3 сотни, 3 десятка. Т.е. значение цифры зависит от ее позиции в числе.</p> <p>В чем же недостаток непозиционных систем? 1 – громоздкость, 2 – верхнее ограничение и 3 (главное!) – неудобство вычислений. Если вычитать и складывать еще как-то можно, то попробуйте поумножить и поделить – это невозможно! Известные нам правила умножения и деления основаны на позиционности системы.</p>
	<p>Обратимся теперь к нашей родной системе счета. Как называется наша система счисления? Десятичная, позиционная. В ее алфавите 10 цифр.</p> <p>А как еще мы называем эти цифры? – Арабские. Но это исторически несправедливое название. Дело в том, что появилась эта система счета в Индии еще в V веке. А европейцы узнали о ней гораздо позже – 7 веков спустя, когда перевели научные труды арабов, и поэтому назвали эти цифры арабскими. Хотя правильнее было бы их назвать индийскими!</p>
	<p>Кстати, посмотрите на древнее изображение десяти цифр. Случайно ли оно? ... Это не почтовый индекс! Каждая цифра обозначает число по количеству в ней углов (позже цифры округлились и приняли современный вид).</p>

 <p>Почему именно число 10 взято в качестве основания?</p>	<p>Далее. Любое натуральное число можно представить в виде суммы степеней 10 с разными коэффициентами: <math>2545 = 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0</math></p> <p>Говорят, что 10 является основанием системы счисления. Вообще, основанием системы счисления называется количество используемых цифр.</p> <p>Но почему именно 10 взято в качестве основания? Ведь с таким же успехом мы могли бы разложить любое число по какому-нибудь другому основанию, например, 7: Возьмем это же самое число: <math>2545 = 1 \cdot 7^4 + 0 \cdot 7^3 + 2 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^1 + 4 \cdot 7^0 = 10264_7</math></p> <p>Выписав коэффициенты этого разложения, мы получим запись того же самого числа, но уже в другой системе счисления – семеричной!</p>
 <p>Семеричная система счисления</p>	<p>Все это кажется совершенно непонятным, как это – семеричная система? Но вот представьте, что мы жили бы в мире, где господствует не десятичная, а семеричная система. Мы бы считали не десятками, а семерками! И круглыми были бы совсем другие числа – 7, 14, 21... Возраст 49 лет отмечался бы как круглая дата, как юбилей (это будто наша сотня, т.к. <math>7 \cdot 7 = 49</math>). А оценивая величины на глаз, мы бы говорили: «метров 196», «граммов 343», потому что эти числа были бы круглыми.</p> <p>Посмотрим, как записывались бы числа в 7-ричной системе: 0,1,2,3,4,5,6, (?) 10,11,12,13,14,15,16, Как записать следующее число? 20,21,...,66, (?) 100,...</p> <p>Но вопрос остался открытым. Почему же именно 10 взято в качестве основания? Почему ему отведена такая привилегированная роль? Обычно отвечают: потому что 10 – круглое число, на него легко умножать и т.д.</p> <p>Но мы выяснили, что дело обстоит как раз наоборот: оно потому и круглое, что принято за основание! При переходе к другой системе его «круглость» тут же исчезает, там становятся круглыми совсем другие числа!</p>
 <p>Анатомическое происхождение системы</p>	<p>А причина, по которой десятичная система оказалась общепринятой, вовсе не математического характера, а число анатомического (зоологического) характера (?).</p> <p>10 пальцев рук – вот тот древний «счетный аппарат», которым с успехом пользовались наши предки. Человек считал до 10, дальше ему не хватало пальцев, и он принимал число 10 за новую, более крупную единицу (второй человек сидел рядом и загибал один палец). Десять десятков составляли единицу третьего разряда (третий человек загибал палец) и т.д.</p> <p>Если бы у нас было 8 щупальцев, как у осьминогов, мы прекрасно считали бы восьмерками...</p>
 <p>Пятеричная система счисления</p>	<p>Но далеко не сразу десятичная система заняла господствующее положение в мире. Сотнями и тысячами лет различные системы сосуществовали и как бы соревновались между собой.</p> <p>В Китае, например, и в африканских племенах была принята пятеричная система – тоже анатомического происхождения.</p>
 <p>Двадцатеричная система счисления</p>	<p>У народов майя и ацтеков, у которых, вы знаете, была высочайшая культура, существовала 20-ричная система (да-да, в ход шли и пальцы ног).</p> <p>Та же 20-ричная система, кстати, была у кельтов, населявших в древности Западную Европу. Следы этой системы сохранились у французов: 1 франк = 20 су.</p>
 <p>12-ричная система счисления</p>	<p>Широкое распространение имела также 12-ричная система. И тоже анатомического происхождения! Догадываетесь, чего у человека 12? ... На 4-х пальцах руки – 12 фаланг, их удобно было перебирать большим пальцем. Элементы 12-ричной системы сохранились до наших дней: мы говорим иногда «дюжина» вместо 12 (столовые приборы считаются дюжинами). У англичан 1 шиллинг = 12 пенсам, 1 фут = 12 дюймам.</p>
 <p>В общем виде: р-ричная система счисления</p>	<p>Итак, основанием позиционной системы счисления может быть любое число. В общем виде будем говорить – основание <math>p</math>. Записать число в <math>p</math>-ричной системе – значит, представить его в виде суммы: <math>K = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p^1 + a_0 = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0</math>, где коэффициенты <math>a_i</math> – это цифры <math>p</math>-ричного числа.</p>
 <p>Двоичная система счисления</p>	<p>Возьмем самое маленькое основание: <math>p=2</math>. Алфавит двоичной системы состоит всего из двух цифр: 0 и 1. Как же записать все остальные числа? 0, 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, и т.д.</p> <p>Конечно, получаются очень длинные и громоздкие числа, для человека они неудобны. А для машины – в самый раз....</p> <p>Примеры: <math>1111_2 = 15_{10}</math>; <math>11010_2 = 26_{10}</math></p> <p>Вычислять в ней проще простого, таблицу умножения учить не надо: <math>0 \cdot 0 = 0</math>, <math>0 \cdot 1 = 0</math>, <math>1 \cdot 1 = 1</math>. Примеры <math>11101 + 1101 = ?</math> (101010)</p>
 <p>60-ричная система счисления (Вавилонская)</p>	<p>А теперь возьмем большое основание: <math>p=60</math>. Система с таким основанием существовала в Древнем Вавилоне. Скажите, сколько цифр должно быть в 60-ричной системе? 60! ... Но вавилоняне хитро придумали. Они использовали всего два значка: вертикальный клин <math>\blacktriangledown</math> – 1 и горизонтальный клин <math>\blacktriangleleft</math> – 10. Цифру они записывали по-непозиционному, а число в целом – по-позиционному (именно вавилоняне впервые додумались до позиционности!)</p> <p>Примеры: <math>\blacktriangledown \blacktriangleleft \blacktriangleleft \blacktriangleleft \blacktriangledown \blacktriangledown = 92</math>, <math>\blacktriangledown \blacktriangledown \blacktriangleleft = 130</math></p> <p>А в чем дошли до нас отголоски этой системы? – 60 минут, 60 секунд</p>

<p><b>Восьмеричная система</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основание <math>p=8</math></li> <li>• Алфавит: 0,1,2,3,4,5,6,7</li> <li>• Что означают числа: <math>10_8, 20_8, 30_8, 40_8, 100_8, 1000_8</math></li> <li>• <math>111_8 = 8 \cdot 8 + 1 = 73</math></li> <li>• <math>45_8 = 32 + 3 = 35</math></li> </ul> 	<p>Возьмем теперь основание <math>p=8</math>. Восьмеричная система, наряду с 16-ричной, будут удостоены нашего особого внимания, так как они относятся к машинным системам.</p> <p><i>Примеры:</i> <math>111_8=73_{10}</math>; <math>62_8=50_{10}</math>; <math>125_8=85_{10}</math></p>
<p><b>16-ричная система</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основание <math>p=16</math></li> <li>• Алфавит: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F</li> <li>• Что означают числа: <math>10_{16}, 20_{16}, 30_{16}, 40_{16}, 100_{16}, 1000_{16}</math></li> <li>• <math>100_{16} = 100 \cdot 16 + 1 = 1729</math></li> <li>• <math>4B_{16} = 160 + 11 = 171</math></li> </ul> 	<p>И, наконец, <math>p=16</math>. Сколько цифр должен содержать алфавит? 16. Где же их взять? Первые 10 цифр – 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, а дальше? А дальше взяли 6 первых букв латинского алфавита и назвали их цифрами 16-ричной системы: A, B, C, D, E, F.</p> <p><i>Примеры:</i> <math>111_{16}=273_{10}</math>; <math>19_{16}=25_{10}</math>; <math>2A_{16}=42_{10}</math>; <math>AB_{16}=171_{10}</math></p>

Продолжение урока далее – по ситуации.