

Змістовий модуль 2. Електричні кола постійного струму. Тема № 2.3. Схеми електричних кіл. Закони Кірхгофа

План лекції

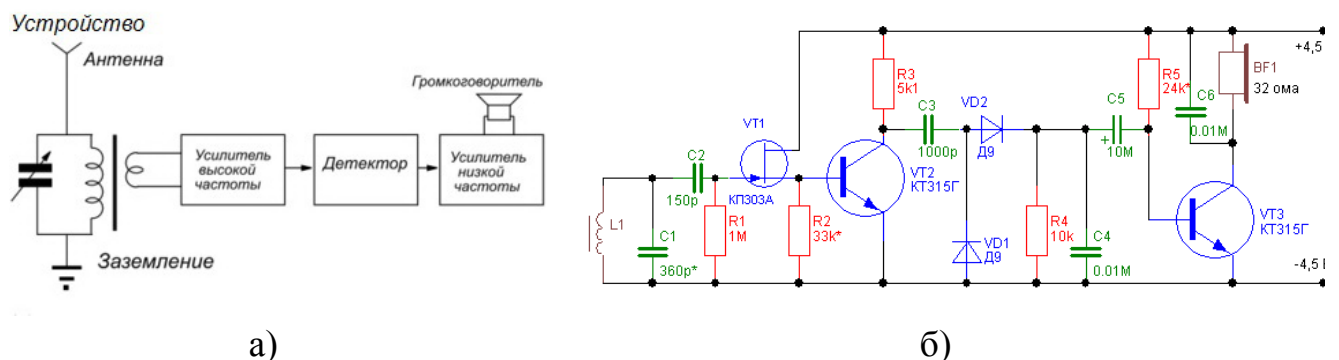
1. Схеми електричних кіл.
2. Закони Кірхгофа. З'єднання резисторів.
3. Робота джерела в режимі генератора й споживача.
4. Застосування законів Кірхгофа для розрахунку електричних кіл.

1. Схеми електричних кіл

Графічне зображення електричного кола, що містить умовні позначки елементів й показує з'єднання між ними, називається **схемою електричного кола**.

Найбільш загальні відомості про електротехнічний пристрій містить **структурна схема**, на якій показані основні функціональні частини приладу, їх призначення й взаємозв'язки.

Судити про особливості функціональних частин і деталей, з яких вони полягають, процесах, що протікають в окремих частинах і пристрої в цілому, за структурною схемою неможливо. Для цього призначені **принципові електричні схеми**, на яких показані всі елементи пристрою й усі зв'язки між ними. Поруч із умовними графічними позначеннями (УГП) деталей вказуються їхні позиційні позначення, що полягають із однієї або двох букв латинського алфавіту, привласнених даному виду елементів, і цифр, що позначають номери однотипних елементів на схемі.



Мал. 1. Схеми приймача прямого підсилення: а) структурна; б) принципова

Функціональні схеми займають проміжне положення між принциповими й структурними й сполучають у собі характерні риси обох, вони досить докладні для вивчення процесів, що відбуваються, але не містять надлишкової інформації.

При виготовленні, налаштуванні й ремонті пристрою, крім перерахованих, користуються також *схемами електричних з'єднань* (на яких вказують маркування виводів елементів і номери сполучних проводів), і *електромонтажними кресленнями*, на яких зображують не тільки елементи в масштабі у вигляді контурних обрисів, на тих місцях, де вони розташовані в самому пристрої, але й приводять усі необхідні дані для виробництва монтажу.

Частина електричного кола, що містить виділену сукупність її елементів, називається *ділянкою* електричного кола.

Розглядаючи схеми різних електричних кіл, можна виділити в них характерні ділянки:

- *гілка* – ділянка кола, уздовж якої проходить той самий струм. Гілка складається з одного або декількох послідовно з'єднаних компонентів;
- *вузол* – місце з'єднання трьох і більше гілок;
- *контур* – замкнений шлях, що проходить по декількох гілках так, що жодна гілка й жоден вузол не зустрічаються більш одного разу.

З'єднання ділянок електричного кола, за допомогою якого утворюється електричне коло, називається *електричним з'єднанням*. Електричні з'єднання на схемах зображують суцільними лініями, а вузли – зачорненими кружечками.

2. Закони Кірхгофа. З'єднання резисторів

Закони Кірхгофа, так само як закони Ома, є основними законами теорії електричних кіл. Вони дозволяють виконати розрахунки будь-якого складного електричного ланцюга. Цей розрахунок полягає звичайно у визначенні напрямку й величини струму на всіх ділянках ланцюга по заданих ЕРС і опорам.

Перший закон Кірхгофа стосується вузлів електричного ланцюга, визначає баланс струмів у них і формулюється в такий спосіб:

Алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю:

$$\sum I = 0 \quad (1)$$

Струми, спрямовані до вузла, прийнято вважати позитивними (зі знаком "плюс"), а струми, спрямовані від вузла – негативними (зі знаком "мінус"). Тому сума струмів, спрямованих до вузла, рівняється сумі струмів, спрямованих від вузла.

Другий закон Кірхгофа стосується будь-яких замкнених контурів, які можна виділити в розгалуженім електричній колі, і визначає баланс напруг у них:

Алгебраїчна сума ЕРС у будь-якому контурі електричного ланцюга дорівнює алгебраїчній сумі падінь напруг на опорах цього контуру:

$$\sum E = \sum IR \quad (2)$$

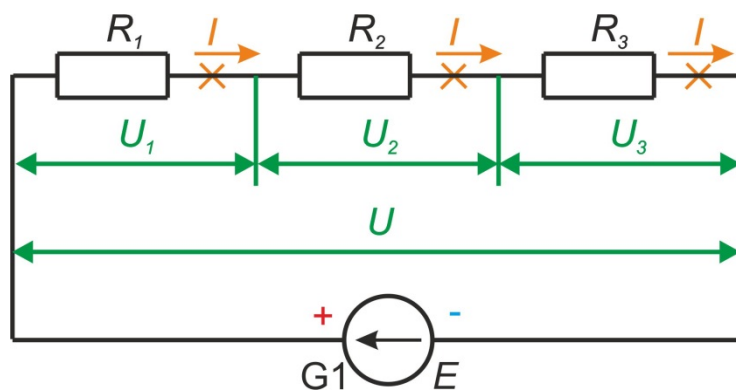
Простими ланцюгами постійного струму називаються ланцюги з одним джерелом при послідовнім, паралельнім і змішанім з'єднанні приймачів.

Послідовний ланцюг є основним ланцюгом. Струм I у ньому скрізь однаковий (див. мал. 2), а напруга U розподіляється між ділянками послідовного ланцюга пропорційно їх опорам. Так, у відповідності із другим законом Кірхгофа (2), для одного ідеального джерела ЕРС

$$\sum E = E = U = IR_1 + IR_2 + IR_3, \quad (3)$$

Позначимо загальний опір послідовної ціп R . Тоді з урахуванням закону Ома для ділянки ланцюга $IR = U$, $IR_1 = U_1$, $IR_2 = U_2$, $IR_3 = U_3$, тобто

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3. \quad (4)$$



Мал. 2. Послідовне з'єднання приймачів

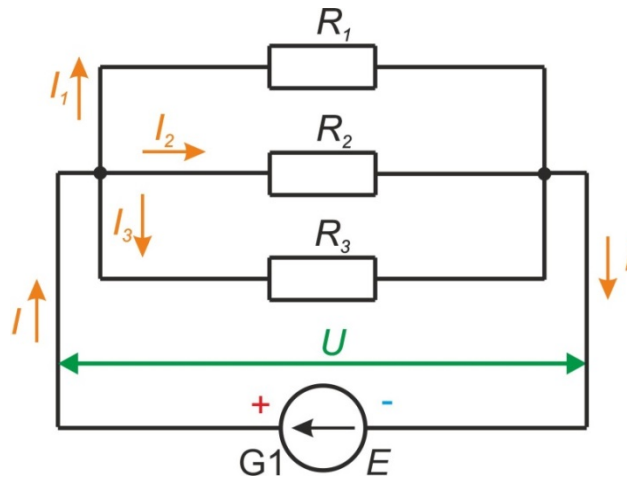
Розділивши обидві частини рівності (4) на загальний струм I , одержимо

$$R = R_1 + R_2 + R_3 \quad (5)$$

Загальний опір R послідовному ланцюга дорівнює сумі окремих опорів.

Крім послідовного ланцюга, широко використовується **паралельне з'єднання** (мал. 3).

При паралельнім з'єднанні повний струм I , що йде від джерела, у вузлі А розділяється (розгалужується) відповідно до першого закону Кірхгофа (1) на кілька струмів по числу включених приладів. Усі ці струми I_1, I_2, I_3 одночасно протікають по галузях з опором R_1, R_2, R_3 відповідно, і у вузлі Б назад збираються в загальний струм I . При цьому до всіх паралельних гілок прикладена та сама напруга U .



Мал. 3. Паралельне з'єднання приймачів

Відповідно до першого закону Кірхгофа сума струмів, що витікають із вузла, тобто сума струмів у всіх гілках, дорівнює струму, що втікає у вузол:

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (6)$$

Позначивши загальний опір послідовного ланцюга R . Тоді з урахуванням закону Ома для ділянки кола рівність (6) запишеться так:

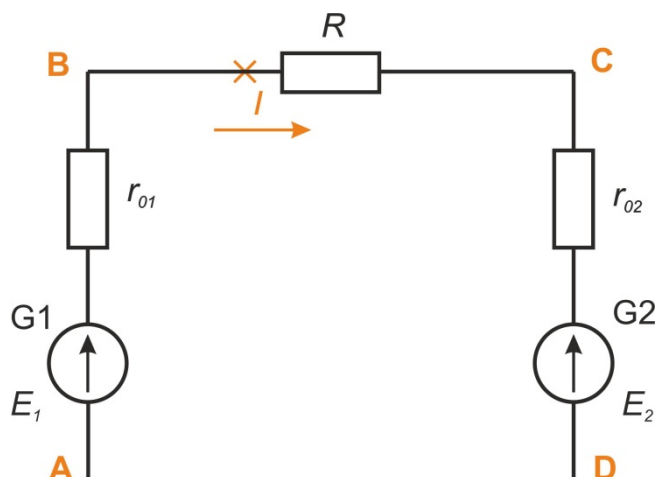
$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}. \quad (7)$$

Розділивши обидві частини рівності (7) на загальну напругу U , одержимо:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (8)$$

3. Робота джерела в режимі генератора й споживача

Розглянемо електричне коло (мал. 4), що складається з одного замкненого контуру (приклад – заряджання автомобільної акумуляторної батареї E_2 від генератора E_1).



Мал. 4. Схема електричного ланцюга із двома джерелами енергії

За другим законом Кірхгофа, прийнявши напрямок обходу контуру за годинниковою стрілкою, можна записати

$$E_1 - E_2 = Ir_{01} + IR + Ir_{02} \quad (9)$$

звідси

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R + r_{01} + r_{02}} \quad (10)$$

З останньої формули видно, що напрямок струму збігається з напрямком більшої ЕРС. Якщо ЕРС рівні ($E_1 = E_2$), то струм у ланцюзі дорівнює нулю.

Припустимо, що $E_1 > E_2$. Тоді напрямок струму збігається з напрямком ЕРС E_1 , а ЕРС E_2 спрямована зустрічно струму, тому вона називається проти-ЕРС.

Помножимо всі члени рівності (9) на I :

$$E_1 I - E_2 I = I^2 r_{01} + I^2 R + I^2 r_{02}$$

і перенесемо вираження $E_2 I$ в праву частину, тоді

$$E_1 I = I^2 r_{01} + I^2 R + I^2 r_{02} + E_2 I \quad (11)$$

Ліва частина отриманої рівності являє собою потужність, що розвивається джерелом E_1 , права - потужності споживання різними елементами схеми: $I^2 R$ - потужність навантаження, $I^2 r_{01}$, $I^2 r_{02}$ - потужність теплових втрат у джерелах E_1 і E_2 , $E_2 I$ - потужність споживання енергії джерелом E_2 .

Знак потужності E_2 збігається зі знаками потужностей теплових втрат і потужності, що витрачається в опорі навантаження, тому джерело E_2 не генерує енергію, а споживає її, тобто працює в режимі споживача. Уся потужність, споживана ланцюгом, виробляється єдиним джерелом E_1 , яке працює в режимі генератора.

Визначимо напругу на затискачах джерел, що працюють у режимі генератора й споживача.

Якщо джерело працює в режимі генератора, те, відповідно до закону Ома для замкненого ланцюга, напруга на його затискачах менше ЕРС на величину спадання напруги на внутрішньому опорі, тобто

$$U_{AB} = E_1 - I r_{01}$$

Для визначення напруги U_{CD} на затискачах джерела E_2 , що працює в режимі споживача, запишемо вираження для потужності, що розвивається на ділянці CD

$$P_{CD} = U_{CD} I = E_2 I + I^2 r_{02},$$

звідси

$$U_{CD} = E_2 + I r_{02}. \quad (12)$$

Отже, напруга на затискачах джерела, що працює в режимі споживача, більше його ЕРС на величину спадання напруги на внутрішньому опорі.

Таким чином, джерело може працювати як у режимі генератора, так і споживача. У першому випадку напруга на його затискачах менше ЕРС, а напрямок струму збігається з напрямком ЕРС, у другому - напруга на затискачах більше ЕРС, а напрямок струму протилежно напрямку ЕРС.

4. Застосування законів Кірхгофа для розрахунків електричних кіл

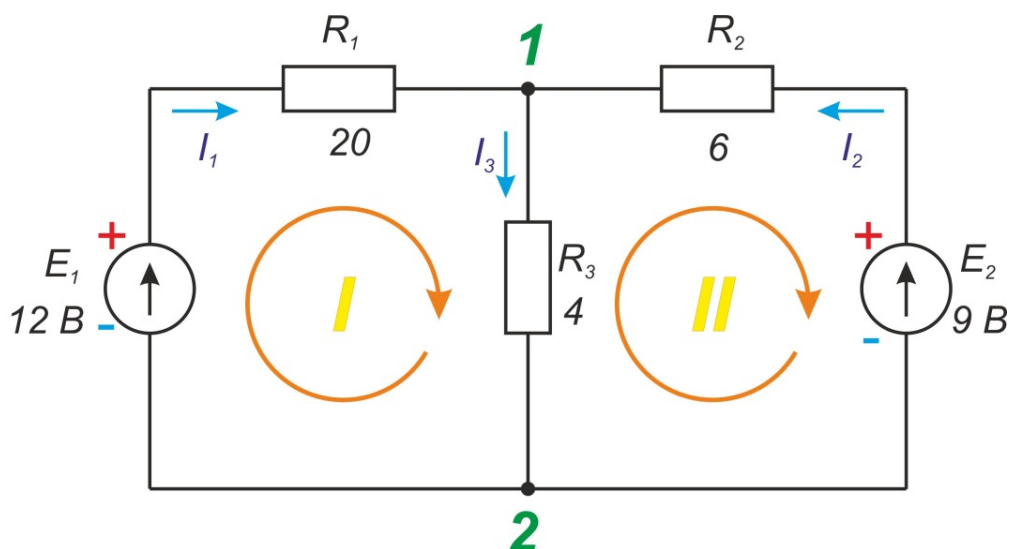
Складним називають розгалужене електричне коло, що містить довільне число джерел і споживачів, яку неможливо звести до комбінації послідовних і паралельних з'єднань.

Для розрахунків складного ланцюга застосовують закони Кірхгофа, при цьому необхідно скласти стільки незалежних рівнянь, скільки гілок у схемі (m).

Спочатку складають рівняння за першим законом Кірхгофа. Для цього довільно задаються напрямками струмів і позначають їх стрілками. При цьому якщо схема має n вузлів, те можна скласти тільки $(n-1)$ незалежних рівнянь, тому що рівняння для останнього вузла буде наслідком попередніх. Тому для кожного вузла, крім останнього, записуємо рівняння: у лівій частині - алгебраїчна сума струмів (струми, спрямовані до вузла, тобто "втікають" у вузол, беруться зі знаком "плюс", а струми, які спрямовані від вузла, тобто "витікають" з нього - зі знаком "мінус"), у правій частині - нуль.

Інші рівняння складають за другим законом Кірхгофа. Тут теж треба пам'ятати, що незалежні рівняння можна скласти тільки для тих контурів, які не утворюються в результаті накладення вже розглянутих, тобто кожний новий контур повинен містити принаймні одну нову гілку, яка не входила в рівняння, уже складені для інших контурів. Вибирають напрямок обходу контуру, як правило, за годинниковою стрілкою. Після чого складають рівняння, де в лівій частині - алгебраїчна сума напруг на всіх опорах контуру, а в правій частині - алгебраїчна сума ЕРС. При цьому позитивними (зі знаком "плюс") вважають ті струми й ЕРС, напрямку яких збігаються з напрямком обходу контуру, а негативними, (зі знаком "мінус") - напрямки яких протилежні напрямку обходу.

Розв'язок отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь дає значення струмів у галузях схеми.



Мал. 5. Схема складного ланцюга

Так, у схемі на мал. 5 три гілки ($m=3$, тому що необхідно знайти три струми й скласти для цього три рівняння), два вузли ($n=2$), два незалежні контури.

Для вузла 1 рівняння, складене по першому закону Кірхгофа, буде мати вигляд:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (13)$$

Для вузла 2 рівняння складати нема рації.

2 рівняння, що залишилися, складаємо за другим законом Кірхгофа.

Виберемо два незалежні контури (на малюнку 5 позначені римськими цифрами I, II) і приймемо їхній обхід за годинниковою стрілкою. Тоді за другим законом Кірхгофа одержимо:

$$\text{для контуру I: } I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1; \quad (14)$$

$$\text{для контуру II: } -I_2 R_2 - I_3 R_3 = -E_2; \quad (15)$$

Рівняння (13), (14), (15) становлять систему незалежних лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої дає значення струмів у галузях схеми:

$$\begin{array}{l} \text{для вузла 1} \\ \text{для контуру 1} \\ \text{для контуру 2} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 \\ -I_2 R_2 - I_3 R_3 = -E_2 \end{array} \right. \quad (16)$$

Скористаємося методом Гауса. Із третього рівняння виразимо I_3 , із другого I_2 й підставимо їх у перше рівняння.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 20I_1 + 4I_3 = 12 \\ -6I_2 - 4I_3 = -9 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_1 = -\frac{3}{2} \left(\frac{10}{3} I_1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{9}{4} - \frac{10}{3} I_1 + \frac{1}{2} \\ I_2 = \frac{10}{3} I_1 - \frac{1}{2} \\ I_3 = -\frac{3}{2} I_2 + \frac{9}{4} \end{array} \right.$$

Вирішуючи перше рівняння, одержимо $I_1 = \frac{3}{8}$ (А); підставляючи результат у друге рівняння, одержимо $I_2 = \frac{3}{4}$ (А); підставляючи результат у третє рівняння, одержимо $I_3 = \frac{9}{8}$ (А).

При відсутності сучасних засобів обчислювальної техніки розв'язок системи з великим числом рівнянь методом Гауса, по формулах Крамера й т.п. методами лінійної алгебри був досить трудомістким. У цьому випадку було зручніше скористатися іншими методами розрахунків ланцюгів, так само заснованими на законах Кірхгофа, але таких, що дозволяють зменшити число рівнянь у системі – методами контурних струмів, вузлових напруг і ін.

Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте перший закон Кірхгофа.
2. Сформулюйте другий закон Кірхгофа.
3. Як складаються рівняння для пошуку струмів у складному колі за першим законом Кірхгофа?
4. Як складаються рівняння для пошуку струмів у складному колі за другим законом Кірхгофа?
5. Як визначається загальний опір при послідовному з'єднанні споживачів енергії?
6. Як визначається загальний опір при паралельному з'єднанні споживачів енергії?
7. В яких режимах може працювати джерело ЕРС?
8. Коли напруга на затискачах джерела ЕРС більша, а коли – менша за ЕРС?

Список літератури

1. Данилов И.А., Иванов П.М. Общая электротехника с основами электроники: Учеб. пособие для неэлектротехн. спец. техникумов. – М.: Высш. шк., 2005. – §§ 2.12, 2.13, (с. 57 – 66).
2. Синдеев Ю.Г. Электротехника с основами электроники: учеб. пособие. – 15-е изд., стереотипное – Ростов н/Д: Феникс, 2013. – §§2.2 - 2.6 (с. 28 - 46).
3. Славинский А.К., Туревский И.С. Электротехника с основами электроники: учебное пособие. – М.: ИД «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2009. – §§ 2.9 – 2.11 (с. 45 – 58).