

# Практичне заняття № 1. Розрахунок електричних кіл постійного струму

## Частина 1. Розрахунок простого електричного кола.

### Основні закони і формули.

Простим називають електричне коло з одним джерелом, яке зводиться до послідовного та паралельного з'єднання споживачів.

Закон Ома для ділянки ланцюга визначає зв'язок між прикладеною напругою  $U$ , опором ділянки  $R$  й силою струму в ланцюзі  $I$ : сила струму на ділянці ланцюга прямо пропорційна напрузі, прикладеній до цієї ділянки й обернено пропорційна опору:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (1)$$

Відповідно до закону Ома для всього ланцюга сила струму  $I$  в замкненому ланцюзі є відношення ЕРС  $E$  до повного опору ланцюга, тобто сумі зовнішнього  $R$  й внутрішнього  $r$  опорів:

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (2)$$

Загальний опір послідовного ланцюга дорівнює сумі окремих опорів:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n \quad (3)$$

Загальна провідність паралельного ланцюга дорівнює сумі окремих провідностей:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (4)$$

Електрична енергія  $W_{Дж}$ , одержувана в джерелі в одиницю часу, називається потужністю джерела:

$$P_{Дж} = \frac{W_{Дж}}{t} = EI, \quad (5)$$

де  $E$  - ЕРС джерела, В,  $I$  - сила струму, А.

Роботою електричного струму  $A$  називають перетворення його енергії в яку-небудь іншу енергію, наприклад у теплову, світлову, механічну.

Потужністю  $P$  приймача електричної енергії називають роботу, чинену в одиницю часу:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{\Delta W}{t} = \frac{qU}{t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R} . \quad (6)$$

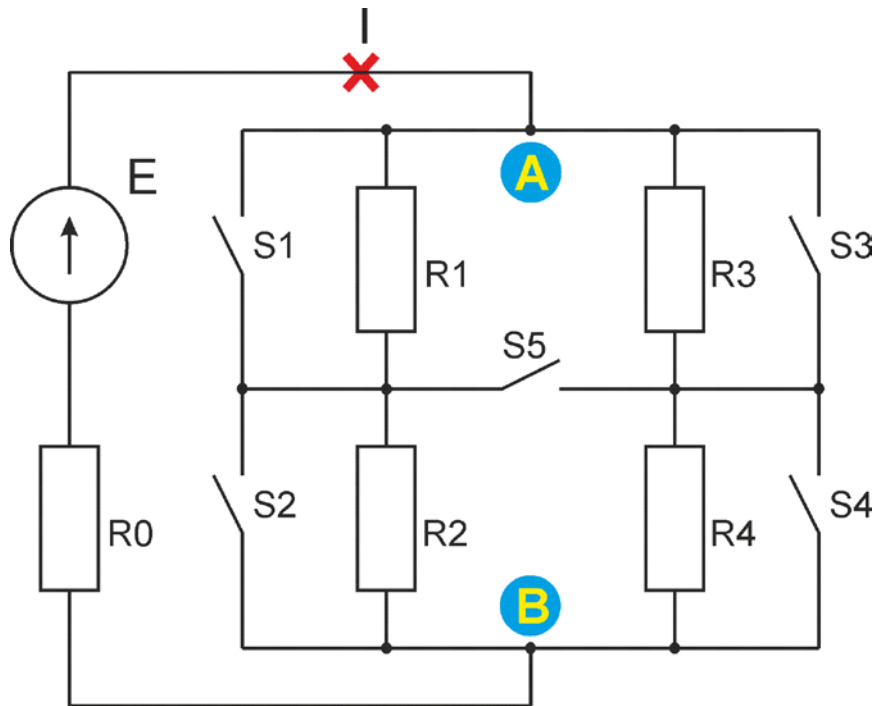
Відповідно до закону збереження енергія не виникає нізвідки й нікуди не зникає, а переходить із однієї форми в іншу. Тому в будь-якому ланцюзі потужність, що розвивається джерелами електричної енергії, дорівнює потужності необоротних перетворень енергії в приймачах:

$$\Sigma EI = \Sigma I^2 R \quad (7)$$

Ця рівність називається рівнянням балансу потужностей.

### Задача 1.

Для електричного кола постійного струму визначити еквівалентний опір споживача  $R_{\Sigma}$  ( $R_{AB}$ ), струм навантаження, напругу на затискачах споживача  $U_{AB}$ , потужність споживача  $P_{AB}$  і потужність джерела живлення  $P_{дж}$ , скласти баланс потужностей, побудувати зовнішню характеристику джерела живлення. Вихідні дані - положення вимикачів  $S1 - S4$ , ЕРС джерела  $E$ , внутрішній опір джерела  $R_0$ , опори резисторів  $R_1 - R_4$  для відповідних варіантів наведені в таблиці.

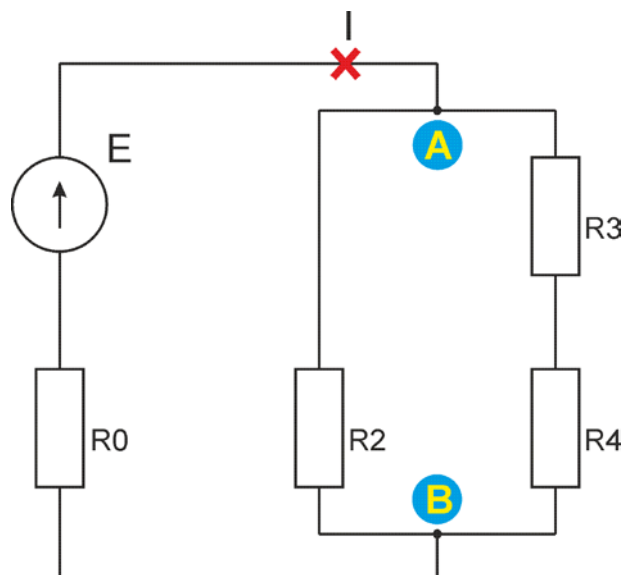


Мал.1.

Розглянемо методику розв'язання завдання на прикладі таких початкових даних:

№ варіант у	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$E$ , В	$R_0$ , Ом	Замкнутий вимикач
0	25	15	6	4	12,6	0,3	$S_1$

З урахуванням того, що в нашому випадку вимикач  $S_1$  замкнутий, схема кола має вигляд, представлений на мал. 2.



Мал. 2.

Еквівалентний опір споживача

$$R_{AB} = \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + (R_3 + R_4)} = \frac{15 \cdot (6 + 4)}{15 + (6 + 4)} = 6 \text{ Ом.}$$

Струм навантаження, у відповідності з законом Ома для повного (замкненого) кола,

$$I = \frac{E}{R_{AB} + R_0} = \frac{12,6}{6 + 0,3} = 2 \text{ А.}$$

Напруга на затискачах споживача у відповідності з законом Ома для ділянки кола,

$$U_{AB} = I \cdot R_{AB} = 2 \cdot 6 = 12 \text{ В.}$$

Потужність споживача

$$P_{AB} = I \cdot U_{AB} = 2 \cdot 12 = 24 \text{ Вт.}$$

Потужність джерела живлення

$$P_{ДЖ} = I \cdot E = 2 \cdot 12,6 = 25,2 \text{ Вт.}$$

Втрати у джерелі (потужність, яка втрачається у джерелі живлення на його внутрішньому опорі, переходить у тепло)

$$\Delta P_{ДЖ} = I^2 R_0 = 2^2 \cdot 0,3 = 1,2 \text{ Вт.}$$

Перевіряємо баланс потужностей (потужність, яка виробляється у джерелі електричної енергії, має дорівнювати потужності, яка витрачається в колі):

$$P_{ДЖ} = P_{AB} + \Delta P_{ДЖ};$$

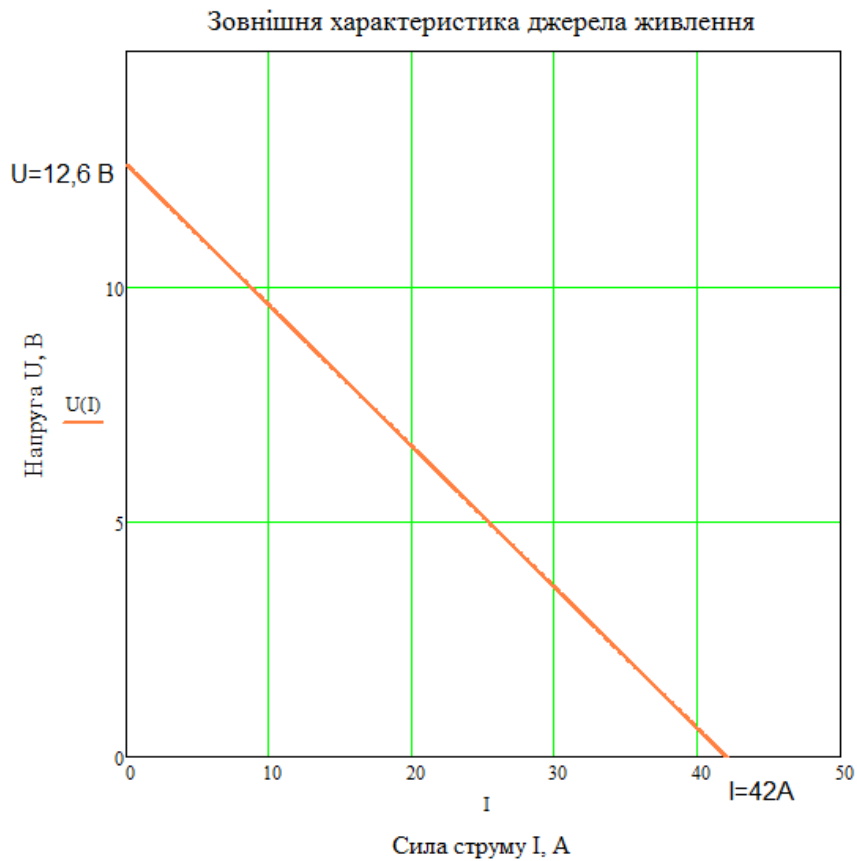
$$25,2=24+1,2;$$

$$25,2=25,2.$$

Баланс зійшовся, отже коло розраховане вірно.

Зовнішня характеристика джерела живлення являє собою залежність напруги на затискачах джерела від струму навантаження  $U = f(I)$ . При  $I = 0$  напруга досягає найбільшого значення напруги холостого ходу  $U_{xx} = E = 12,6$  В, тобто ЕРС. Максимального значення струм досягає при короткому замиканні

$$I_{кз} = \frac{E}{R_0} = \frac{12,6}{0,3} = 42 \text{ А.}$$



Мал. 3.

Відповідь.  $R_{AB} = 6 \text{ Ом}$ ,  $I = 2 \text{ А}$ ,  $U_{AB} = 12 \text{ В}$ ,  $P_{AB} = 24 \text{ Вт}$ ,  $P_{ДЖ} = 25,2 \text{ Вт}$ .

**Частина 2. Розрахунок складного електричного кола.**

Складним називають розгалужене електричне коло, що містить довільне число джерел і споживачів, яке неможливо звести до комбінації послідовних і паралельних з'єднань.

Для розрахунків складного ланцюга застосовують закони Кірхгофа, при цьому необхідно скласти стільки незалежних рівнянь, скільки гілок у схемі ( $m$ ).

Перший закон Кірхгофа стосується вузлів електричного ланцюга, визначає баланс струмів у них і формулюється в такий спосіб: «Алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю»:

$$\sum I = 0 \quad (8)$$

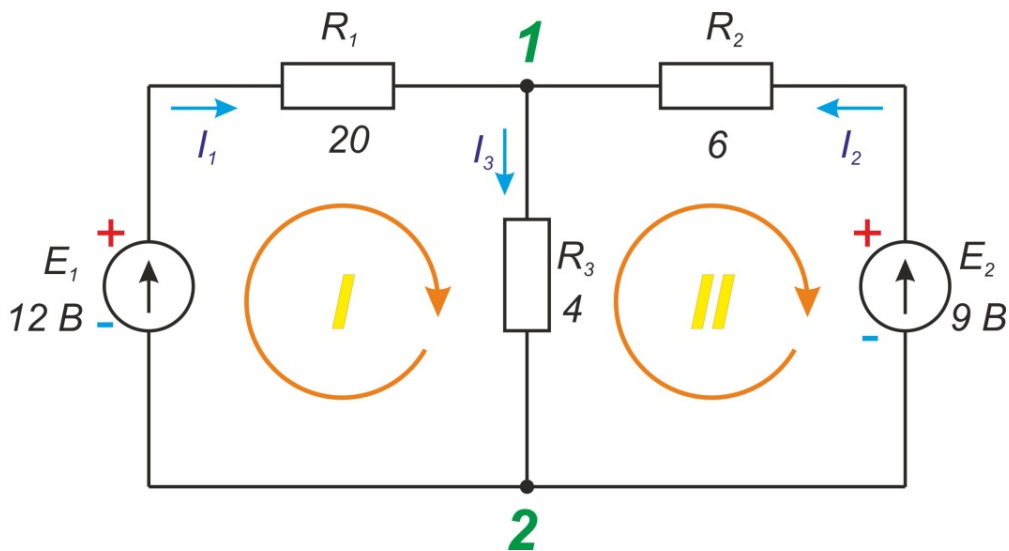
Другий закон Кірхгофа стосується будь-яких замкнених контурів, які можна виділити в розгалуженім електричній колі, і визначає баланс напруг у них: « Алгебраїчна сума ЕРС у будь-якому контурі електричного ланцюга дорівнює алгебраїчній сумі падінь напруг на опорах цього контуру»:

$$\sum E = \sum IR \quad (9)$$

Спочатку складають рівняння за першим законом Кірхгофа. Для цього довільно задаються напрямками струмів і позначають їх стрілками. При цьому якщо схема має  $n$  вузлів, те можна скласти тільки  $(n-1)$  незалежних рівнянь, тому що рівняння для останнього вузла буде наслідком попередніх. Тому для кожного вузла, крім останнього, записуємо рівняння: у лівій частині - алгебраїчна сума струмів (струми, спрямовані до вузла, тобто "втікають" у вузол, беруться зі знаком "плюс", а струми, які спрямовані від вузла, тобто "витікають" з нього - зі знаком "мінус"), у правій частині - нуль.

Інші рівняння складають за другим законом Кірхгофа. Тут теж треба пам'ятати, що незалежні рівняння можна скласти тільки для тих контурів, які не утворюються в результаті накладення вже розглянутих, тобто кожний новий контур повинен містити принаймні одну нову гілку, яка не входила в рівняння, уже складені для інших контурів. Вибирають напрямком обходу контуру, як правило, за годинниковою стрілкою. Після чого складають рівняння, де в лівій частині - алгебраїчна сума напруг на всіх опорах контуру, а в правій частині - алгебраїчна сума ЕРС. При цьому позитивними (зі знаком "плюс") вважають ті струми й ЕРС, напрямку яких збігаються з напрямком обходу контуру, а негативними, (зі знаком "мінус") - напрямки яких протилежні напрямку обходу.

Розв'язок отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь дає значення струмів у галузях схеми.



Мал. 4. Схема складного ланцюга

Так, у схемі на мал. 4 три гілки ( $m=3$ , тому що необхідно знайти три струми й скласти для цього три рівняння), два вузли ( $n=2$ ), два незалежні контури.

Для вузла 1 рівняння, складене по першому закону Кірхгофа, буде мати вигляд:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (10)$$

Для вузла 2 рівняння складати нема рації.

2 рівняння, що залишилися складаємо за другим законом Кірхгофа.

Виберемо два незалежні контури (на малюнку 5 позначені римськими цифрами I, II) і прийемо їхній обхід за годинниковою стрілкою. Тоді за другим законом Кірхгофа одержимо:

$$\text{для контуру I: } I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1; \quad (11)$$

$$\text{для контуру II: } -I_2 R_2 - I_3 R_3 = -E_2; \quad (12)$$

Рівняння (10), (11), (12) становлять систему незалежних лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої дає значення струмів у галузях схеми:

$$\begin{array}{l} \text{для вузла 1} \\ \text{для контуру 1} \\ \text{для контуру 2} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 = E_1 \\ -I_2 R_2 - I_3 R_3 = -E_2 \end{array} \right. \quad (13)$$

Скористаємося методом Гауса. Із третього рівняння виразимо  $I_3$ , із другого  $I_2$  й підставимо їх у перше рівняння.

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 20I_1 + 4I_3 = 12 \\ -6I_2 - 4I_3 = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = -\frac{3}{2}\left(\frac{10}{3}I_1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{9}{4} - \frac{10}{3}I_1 + \frac{1}{2} \\ I_2 = \frac{10}{3}I_1 - \frac{1}{2} \\ I_3 = -\frac{3}{2}I_2 + \frac{9}{4} \end{cases}$$

Вирішуючи перше рівняння, одержимо  $I_1 = \frac{3}{8}$  (А); підставляючи результат у друге рівняння, одержимо  $I_2 = \frac{3}{4}$  (А); підставляючи результат у третє рівняння, одержимо  $I_3 = \frac{9}{8}$  (А).

При відсутності сучасних засобів обчислювальної техніки розв'язок системи з більшим числом рівнянь методом Гауса, по формулах Крамера й т.п. методами лінійної алгебри був досить трудомістким. У цьому випадку було зручніше скористатися іншими методами розрахунків ланцюгів, так само заснованими на законах Кірхгофа, але таких, що дозволяють зменшити число рівнянь у системі – методами контурних струмів, вузлових напруг і ін.