

Змістовий модуль № 1. Фізичні основи механіки
Тема 1.1. «Елементи кінематики»
Лекція №2

План лекції

4. Прискорення і його складові.
5. Кутова швидкість і кутове прискорення.

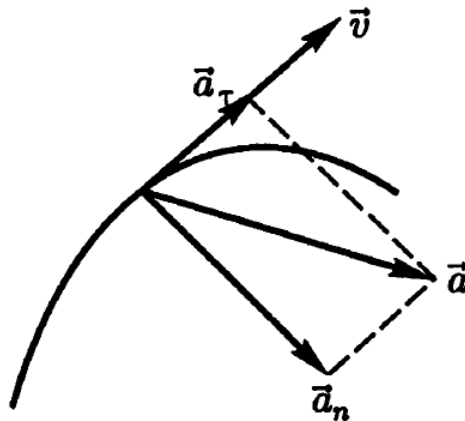
4. Прискорення і його складові

У випадку нерівномірного руху важливо знати, як швидко змінюється швидкість із часом. Фізичною величиною, що характеризує швидкість зміни швидкості по модулю й напрямку, є прискорення.

Прискоренням матеріальної точки в момент часу t є ліміт

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.7)$$

Прискорення (мал. 1.4) можна представити, як суму двох складових.



Мал. 1.4

Тангенціальна складова прискорення характеризує швидкість зміни швидкості по модулю, спрямована по дотичній до траєкторії:

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad (1.8)$$

Нормальна складова прискорення визначає швидкість зміни швидкості по напрямкові, спрямована до центру кривизни траєкторії з радіусом R :

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (1.9)$$

Тоді

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad (1.10)$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1.11)$$

5. Кутова швидкість і кутове прискорення.

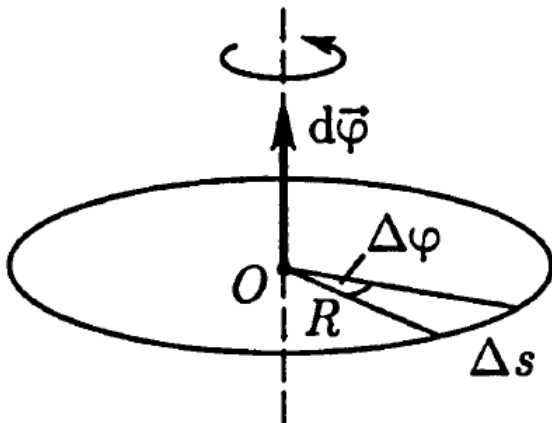
Розглянемо тверде тіло, яке обертається навколо нерухливої осі. Тоді окремі точки цього тіла будуть описувати окружності різних радіусів, центри яких лежать на осі обертання.

Нехай деяка точка рухається по окружності радіуса R (мал. 1.5). За час Δt точка пройде шлях Δs , повернувшись разом з тілом на кут $\Delta\varphi$.

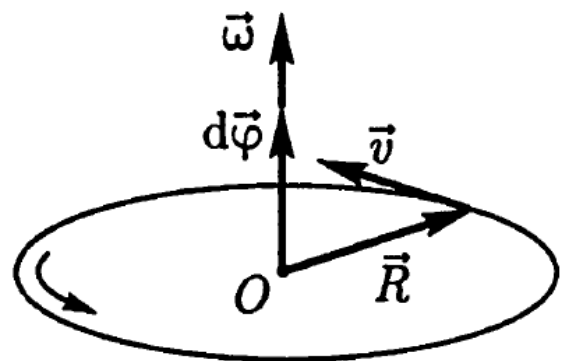
Кутовою швидкістю називається векторна величина, рівна першій похідній кута повороту за часом:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (1.12)$$

Модуль вектору $d\vec{\varphi}$ дорівнює куту повороту, а його напрямок збігається з напрямком поступального руху буравчика, ручка якого обертається в напрямку руху крапки по окружності (правило правого гвинта).



Мал. 1.5.



Мал. 1.6

Вектор $\vec{\omega}$ спрямований уздовж осі обертання за правилом правого гвинта, тобто так само, як і вектор $d\vec{\varphi}$ (мал. 1.6).

Розмірність кутової швидкості – радіан у секунду (рад/с).

Лінійна швидкість точки

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega, \quad (1.13)$$

т.ч.

$$v = R\omega. \quad (1.14)$$

Якщо $\omega = const$, то обертання рівномірне і його можна характеризувати періодом обертання T - часом, за який точка робить один повний оберт, тобто повертається на кут 2π . Через те, що проміжку часу $\Delta t = T$ відповідає кут $\Delta\varphi = 2\pi$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, звідки

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1.15)$$

Число повних обертів, чинених тілом при рівномірному його русі по окружності, в одиницю часу називається частотою обертання:

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad (1.16)$$

звідки

$$\omega = 2\pi n. \quad (1.17)$$

Кутовим прискоренням називається векторна величина, рівна першій похідній кутової швидкості за часом:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (1.18)$$

Тангенціальна складова прискорення

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon. \quad (1.19)$$

Нормальна складова прискорення

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R. \quad (1.20)$$

Таким чином, зв'язок між лінійними (довжина шляху s , пройденого точкою по дузі окружності радіуса R , лінійна швидкість v , тангенціальне прискорення a_τ , нормальне прискорення a_n) і кутовими величинами (кут повороту φ , кутова швидкість ω , кутове прискорення ε) виражається наступними формулами:

$$s = R\varphi, v = R\omega, a_\tau = R\varepsilon, a_n = \omega^2 R. \quad (1.21)$$

Питання для самоконтролю

1. Дати визначення вектору миттєвого прискорення. Який його напрямок?
2. Що характеризує тангенціальна складова прискорення? Нормальна складова прискорення? Які їхні модулі?
3. Чи можливі рухи, за яких відсутнє нормальне прискорення? Тангенціальне прискорення? Наведіть приклади.
4. Що називається кутовою швидкістю? Кутовим прискоренням? Як визначаються їхні напрямки?
5. Який зв'язок між лінійними і кутовими величинами?

Список літератури

1. Трофимова Т.И. Физика: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Т.И.Трофимова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 352 с. (§§5-6).
2. Фирсов А.В. Физика для профессий и специальностей технического и естественно-научного профилей: учебник для образоват. учреждений нач. и сред. проф. образования / А.В.Фирсов; под ред. Т.И.Трофимовой. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 352 с. (§§10, 17-19).
3. Трофимова Т.И. Курс физики. Учеб. пособие для вузов / Т.И.Трофимова. – Изд. 9-е, перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 560 с. (§§3-4).