

План лекції

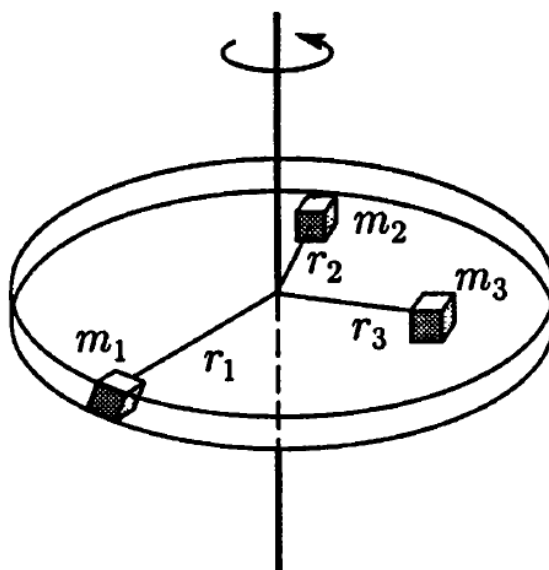
1. Момент інерції.
2. Кінетична енергія обертання

1. Момент інерції.

Моментом інерції системи (тіла) щодо даної осі називається фізична величина, рівна сумі добутків мас  $n$  матеріальних точок системи на квадрати їх відстаней до розглянутої осі:

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 . \quad (1.22)$$

Сумування відбувається по всіх елементарних масах  $m_i$  тіла, на які розбивається тіло (мал. 1.7).



Мал. 1.7

У випадку безперервного розподілу мас ця сума зводиться до інтеграла

$$J = \int r^2 dm, \quad (1.23)$$

де інтегрування проводиться по всьому обсягу тіла.

Наведемо значення моментів інерції для деяких тіл (мал. 1.8).

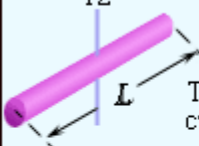





$I_C = \frac{1}{12}ML^2$  Твердый стержень	$I_C = \frac{2}{5}MR^2$  Шар	$I_C = \frac{2}{3}MR^2$  Тонкостенная сферическая оболочка
$I_C = MR^2$  Тонкостенный цилиндр	$I_C = \frac{1}{2}MR^2$  Диск	$I_C = \frac{1}{4}MR^2$  Диск

Рис. 1.8

Якщо відомий момент інерції тіла щодо осі, що проходить через його центр мас, то момент інерції щодо будь-якої іншої паралельної осі визначається теоремою Штейнера: момент інерції тіла  $J$  щодо довільної осі дорівнює моменту його інерції  $J_C$  щодо паралельної осі, яка проходить через центр мас  $C$  тіла, складеному з добутком маси  $m$  тіла на квадрат відстані  $a$  між осями:

$$J = J_C + ma^2. \quad (1.24)$$

## 2. Кінетична енергія обертання

Розглянемо абсолютно тверде тіло, що обертається біля нерухомої осі, що проходить через нього. Подумки розіб'ємо це тіло на маленькі обсяги з елементарними масами  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , що перебувають на відстанях  $r_1, r_2, \dots, r_n$  від осі. При обертанні твердого тіла щодо нерухомої осі окремі його частки масами  $m_i$  опишуть окружності різних радіусів  $r_i$ , маючи різні лінійні швидкості  $v_i$  й однакову кутову швидкість:

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = \frac{v_n}{r_n}. \quad (1.25)$$

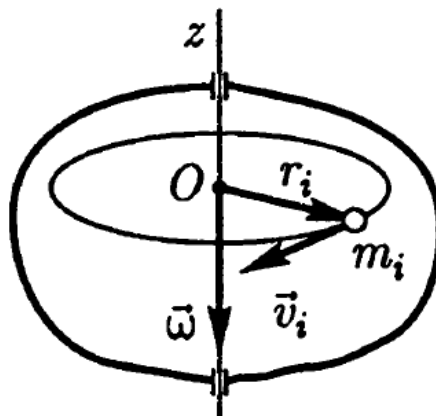


Рис. 1.9

Кінетичну енергію обертового тіла знайдемо як суму кінетичних енергій його елементарних об'ємів:

$$T_{BP} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2}, \quad (1.26)$$

або

$$T_{BP} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i (\omega r_i)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J_Z \omega^2}{2}, \quad (1.27)$$

де  $J_Z$  - момент інерції тіла щодо осі  $Z$ .

Таким чином, кінетична енергія обертового тіла

$$T_{BP} = \frac{J_Z \omega^2}{2}. \quad (1.28)$$

Порівнюючи цю формулу з формулою кінетичної енергії тіла, що поступально рухається, можна помітити, що момент інерції – міра інертності тіла при обертовому русі.

Ця формула справедлива для тіла, що обертається навколо нерухомої осі. У випадку плоского руху тіла, наприклад циліндра, що скачується з похилої площини без ковзання, енергія руху складається з енергії поступального руху й енергії обертання:

$$T = \frac{mv_C^2}{2} + \frac{J_C \omega^2}{2}, \quad (1.29)$$

де  $m$  - маса тіла, що котиться;

$v_C$  - швидкість центру мас тіла;

$J_C$  - момент інерції тіла щодо осі, що проходить через його центр мас;

$\omega$  - кутова швидкість тіла.

#### Питання для самоконтролю

1. Що таке момент інерції тіла?
2. Яка роль моменту інерції в обертальному русі?
3. Сформулюйте та поясніть теорему Штейнера.
4. Виведіть формулу кінетичної енергії тіла, що обертається навколо нерухомої осі.

## Список літератури

1. Трофимова Т.И. Физика: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Т.И.Трофимова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 352 с. (§§ 20-21).
2. Трофимова Т.И. Курс физики. Учеб. пособие для вузов / Т.И.Трофимова. – Изд. 9-е, перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 560 с. (§§ 16-17).