

Тема 1.3 Елементи механіки рідин

План

1. Тиск рідини й газу
2. Рівняння нерозривності
3. Рівняння Бернуллі й витоки з нього

1. Тиск рідини й газу

Молекули газу, здійснюючи безладний, хаотичний рух, не зв'язані або досить слабо зв'язані силами взаємодії, тому вони рухаються вільно й у результаті зіткнень прагнуть розлетітися в усі сторони, заповнюючи весь наданий їм обсяг, тобто об'єм газу визначається об'ємом тієї посудини, яку газ займає.

Рідина ж, маючи певний об'єм, приймає форму тієї посудини, у яку вона налита. Але в рідинах на відміну від газів середня відстань між молекулами залишається практично постійною, тому рідина має практично незмінний об'єм.

Властивості рідин і газів багато в чому відрізняються, однак у низці механічних явищ їх поведінка визначається однаковими параметрами й ідентичними рівняннями. Тому гідроаеромеханіка - розділ механіки, що вивчає рівновагу й рух рідин і газів, їх взаємодію між собою й твердими тілами, яких вони обтікають - використовує єдиний підхід до вивчення рідин і газів.

У механіці з великим ступенем точності рідини (й газу) розглядаються як суцільні й безупинно розподілені в зайнятій ними частині простору. Стискальність рідини в багатьох задачах можна зневажити й користуватися єдиним поняттям нестисливої рідини - рідини, щільність якої всюди однакова й не змінюється в часі.

Якщо в спочиваючу рідину помістити тонку пластинку, то частини рідини, що перебувають по різні сторони від неї, будуть діяти на кожний її елемент ΔS із силами ΔF , які незалежно від того, як пластинка орієнтована, будуть рівні по модулю й спрямовані перпендикулярно майданчику ΔS , тому що наявність дотичних сил привела б частки рідини в рух (мал. 1.1).

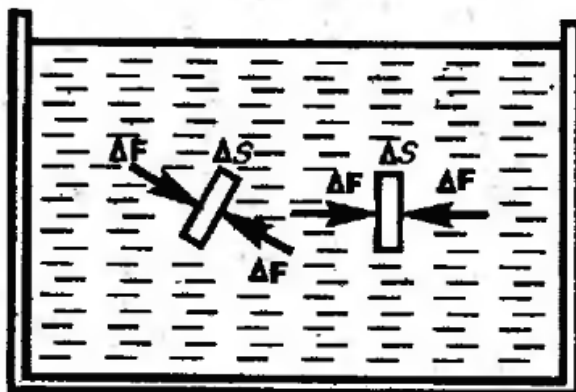


Рис. 1.1

Фізична величина, обумовлена нормальною силою рідини, що діє з боку, на одиницю площі, називається тиском рідини p :

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}. \quad (1.1)$$

Одиниця тиску - паскаль (Па): 1 Па дорівнює тиску, створюваному силою 1Н, рівномірно розподіленою по нормальній до неї поверхні площею 1 м² (1 Па = 1 Н/м²).

Тиск при рівновазі рідин (газів) підкоряється закону Паскаля¹ : тиск на поверхні рідини, створений зовнішніми силами, передається рідиною однаково у всіх напрямках.

Розглянемо, як впливає вага рідини на розподіл тиску усередині спочиваючої нестисливої рідини. При рівновазі рідини тиск по горизонталі завжди однаковий, інакше не було б рівноваги. Тому вільна поверхня спочиваючої рідини завжди горизонтальна вдалині від стінок посудини. Якщо рідина нестислива, то її щільність не залежить від тиску. Тоді при поперечному перерізі S стовпа рідини, його висоті h й щільності ρ вага $P = \rho gSh$, а тиск на нижню основу

$$p = \frac{P}{S} = \frac{\rho g h S}{S} = \rho g h \quad (1.2)$$

т.ч. тиск змінюється лінійно з висотою. Тиск $\rho g h$ називається гідростатичним тиском.

Згідно з формулою $p = \rho g h$, сила тиску на нижні шари рідини буде більше, чим на верхні, тому на тіло, занурене в рідину, діє сила, обумовлена законом Архімеда: на тіло, занурене в рідину (газ), діє з боку цієї рідини направлена сила, що виштовхує нагору, рівна вазі витиснутої тілом рідини (газу):

$$F_A = \rho g V, \quad (1.3)$$

де ρ - щільність рідини; V - об'єм зануреного в рідину тіла.

2. Рівняння нерозривності

Рух рідин називається течією (плином), а сукупність часток рідини, що рухається, - потоком. Графічно рух рідин зображується за допомогою ліній струму, які проводяться так, що дотичні до них збігаються по напрямкові з вектором швидкості рідини у відповідних точках простору (мал. 1.2).

¹ Блез Паскаль (1623-1662) – французький учений

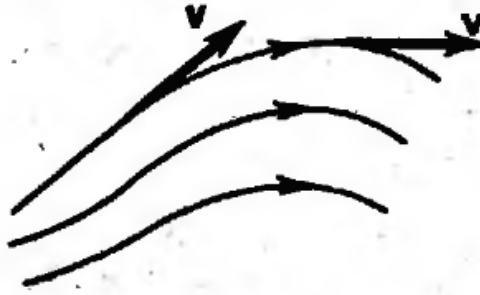
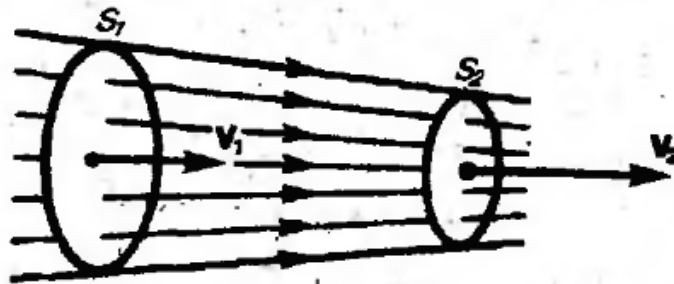


Рис. 1.2

Лінії струму проводяться так, щоб густота їх, характеризувана відношенням числа ліній до площі перпендикулярного їм майданчика, через який вони проходять, була більше там, де більше швидкість плинину рідини, і менше там, де рідина тече повільніше. Таким чином, по картині ліній струму можна судити про напрямок і модуль швидкості в різних точках простору, тобто можна визначити стан руху рідини. Лінії струму в рідині можна «виявити», наприклад, підмішавши в неї які-небудь помітні зважені частки.

Частину рідини, обмежену лініями струму, називають трубкою струму. Течія рідини називається такою, що встановилася (або стаціонарною), якщо форма й розташування ліній струму, а також значення швидкостей у кожній її точці в часі не змінюються.

Розглянемо яку-небудь трубку струму. Виберемо два її перетини S_1 й S_2 , перпендикулярні напрямку швидкості (мал. 1.3).



Мал. 1.3

За час Δt через перетин S проходить обсяг рідини $Sv\Delta t$; отже, за 1 с через S_1 пройде обсяг рідини S_1v_1 , де v_1 - швидкість плинину рідини в місці перетину S_1 . Через перетин S_2 за 1 с пройде обсяг рідини S_2v_2 , де v_2 - швидкість плинину рідини в місці перетину S_2 . Тут передбачається, що швидкість рідини в перетині постійна. Якщо рідина нестислива ($\rho = const$), то через перетин S_2 пройде такий же обсяг рідини, як і через перетин S_1 , тобто

$$S_1v_1 = S_2v_2 = const \quad (1.4)$$

Отже, добуток швидкості плинущестисливої рідини на поперечний переріз трубки струму є величина постійна для даної трубки струму. Це співвідношення називається рівнянням нерозривності для нестисливої рідини.

3. Рівняння Бернуллі й витоки з нього

У реальних рідинах між окремими шарами потоку виникають сили внутрішнього тертя, що гальмують відносний зсув шарів. Однак у низці випадків ними можна знехувати. Тому для виводу деяких закономірностей користуються фізичною моделлю ідеальної рідини - уявної рідини, у якій внутрішнє тертя повністю відсутнє.

Виділимо в стаціонарно поточній нестисливій ідеальній рідині трубку струму, обмежену перетинами S_1 й S_2 , по якій рідина тече зліва праворуч (мал. 1.4).

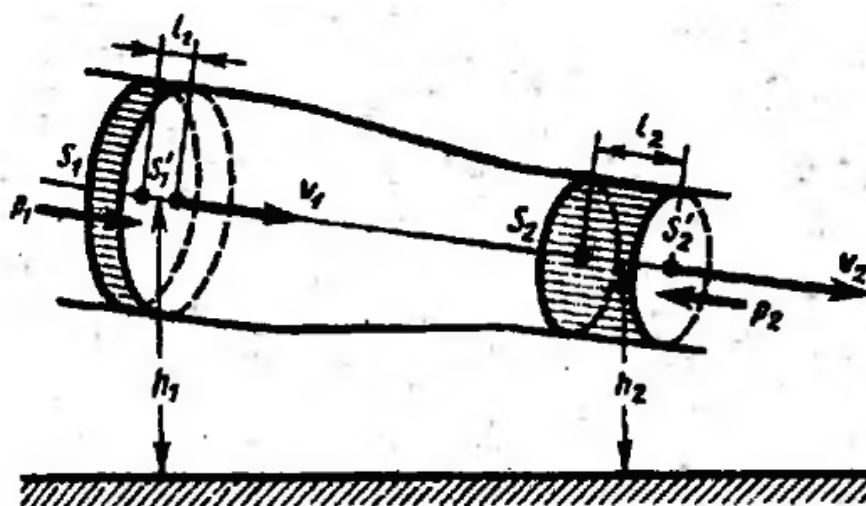


Рис. 1.4

Нехай у місці перетину S_1 швидкість плинущестисливої рідини v_1 , тиск p_1 і висота, на якій цей перетин розташований, h_1 . Аналогічно, у місці перетину S_2 швидкість плинущестисливої рідини v_2 , тиск p_2 і висота, на якій цей перетин розташований, h_2 . За малий проміжок часу Δt рідина переміщується від перетину S_1 до перетину S_1' , від S_2 до S_2' .

Згідно із законом збереження енергії, зміна повної енергії $E_2 - E_1$ ідеальної нестисливої рідини дорівнює роботі A зовнішніх сил по переміщенню маси m рідини:

$$E_2 - E_1 = A, \quad (1.5)$$

де E_1 й E_2 - повні енергії рідини масою m в місцях перетинів S_1 і S_2 відповідно.

З іншого боку, A - це робота, чинена при переміщенні всієї рідини, що міститься між перетинами S_1 й S_2 , за розглянутий малий проміжок часу Δt .

Для перенесення маси m від S_1 до S'_1 рідина повинна переміститися на відстань $l_1 = v_1 \Delta t$, і від S_2 до S'_2 - на відстань $l_2 = v_2 \Delta t$.

Відзначимо, що l_1 й l_2 настільки малі, що всім точкам об'ємів, зафарбованих на мал. 1.4, приписують постійні значення швидкості, тиску й висоти. Отже,

$$A = F_1 l_1 + F_2 l_2, \quad (1.6)$$

де $F_1 = p_1 S_1$ й $F_2 = -p_2 S_2$ (негативна, тому що спрямована у бік, протилежний плинуну рідини; див. мал. 1.4).

Повні енергії E_1 й E_2 будуть складатися з кінетичної й потенційної енергій маси m рідини:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1, \quad (1.7)$$

$$E_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2. \quad (1.8)$$

Підставляючи вираження для E_1 (1.7) і E_2 (1.8) в отримане раніше вираження (1.5), і дорівнюючи (1.5) і (1.6), одержимо:

$$\frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 - \frac{mv_1^2}{2} - mgh_1 = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t \quad (1.9)$$

Згідно з рівнянням нерозривності для нестисливої рідини, обсяг, займаний рідиною, залишається постійним, тобто

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t.$$

Розділивши вираження (1.9) на ΔV , одержимо

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 - \frac{\rho v_1^2}{2} - \rho gh_1 = p_1 - p_2$$

або

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2.$$

де ρ - щільність рідини.

Через те, що перетини вибиралися довільно, то можемо записати

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = const. \quad (1.10)$$

Виразення (1.10) виведене швейцарським фізиком Д. Бернуллі (1700 - 1782; опубліковане в 1738 р.) і називається рівнянням Бернуллі. Рівняння Бернуллі - вираження закону збереження енергії стосовно до плинучої, що встановився, ідеальної рідини. Воно добре виконується й для реальних рідин, внутрішнє тертя яких не дуже велике.

Величина p у формулі (1.10) називається статичним тиском (тиск рідини на поверхню обтічного нею тіла), величина $\frac{\rho v^2}{2}$ - динамічним тиском. Як уже вказувалося вище, величина ρgh являє собою гідростатичний тиск.

Для горизонтальної трубки струму ($h_1 = h_2$) вираження (1.10) приймає вид

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = const \quad (1.11)$$

де $p + \frac{\rho v^2}{2}$ називається повним тиском.

Рівняння Бернуллі використовується для знаходження швидкості витікання рідини через отвір у стінці або дні посудини. Розглянемо циліндричну посудину з рідиною, у бічній стінці якої на деякій глибині нижче рівня рідини є маленький отвір (мал. 1.5).

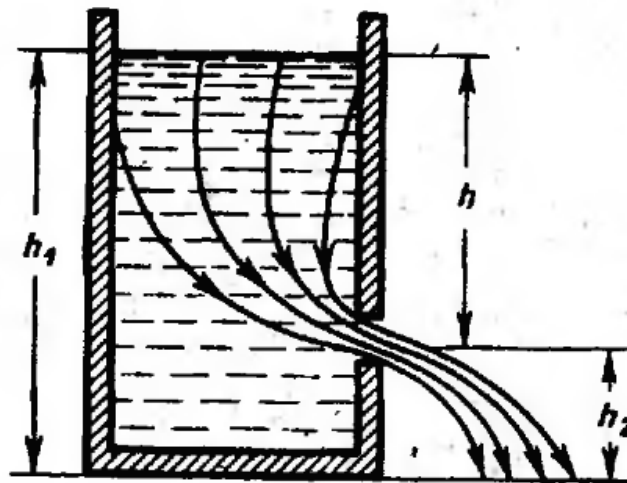


Рис. 1.5

Розглянемо два перетини (на рівні h_1 вільної поверхні рідини в посудині й на рівні h_2 виходу її з отвору) і напишемо рівняння Бернуллі:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2. \quad (1.12)$$

Через те що тиски p_1 й p_2 у рідині на рівнях першого й другого перетинів рівні атмосферному, тобто $p_1 = p_2$, те рівняння буде мати вигляд

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 = \frac{v_2^2}{2} + gh_2. \quad (1.13)$$

З рівняння нерозривності (1.4) випливає, що $\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$, де S_1 й S_2 - площі поперечних перерізів посудини й отвору. Якщо $S_1 \gg S_2$, то доданком $\frac{v_1^2}{2}$ можна зневажити. Тоді швидкість витікання рідини з отвору

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh,$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}.$$

Це вираження одержало назву формули Торрічеллі².

Питання для самоконтролю

1. Що вивчає гідроаеромеханіка?
2. Яку рідину можна вважати нестисливою? Ідеальною?
3. Що такий тиск у рідині? Тиск - величина векторна або скалярна? Яка одиниця тиску в СІ?
4. Сформулюйте й поясніть закон Паскаля.
5. Сформулюйте й поясніть закон Архімеда.
6. Що називають лінією струму? Трубною струму?
7. Який фізичний зміст рівняння нерозривності для нестислої рідини
8. Виведіть рівняння Бернуллі.
9. Як у потоці рідини виміряти статичний, динамічний, повний тиск?
10. Виведіть формулу Торрічеллі.

Список літератури

1. Фирсов А.В. Физика для профессий и специальностей технического и естественно-научного профилей: учебник для образоват. учреждений нач. и сред. проф. образования / А.В.Фирсов; под ред. Т.И.Трофимовой. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 352 с. (§§ 55-58)
2. Трофимова Т.И. Курс физики. Учеб. пособие для вузов / Т.И.Трофимова. – Изд. 9-е, перераб. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 560 с. (§§ 28-30)

² Еванджеліста Торрічеллі (1608 – 1647) – італійський фізик і математик