Модуль 1. Елементи лінійної та векторної алгебри. Аналітична геометрія.

Лекція 1. Вища математика як навчальна дисципліна.

План лекції

1. Історія розвитку вищої математики.

2. Прикладна спрямованість вищої математики та її видатні вчені.

1. Історія розвитку вищої математики.

Математика – *наука про кількісні відносини і просторові форми дійсного світу*.

У нерозривному зв'язку з запитами науки і техніки запас кількісних відносин і просторових форм, досліджуваних математикою, безперервно розширюється, так що наведене визначення необхідно розуміти в найзагальнішому сенсі.

Академік А.Н. Колмогоров виділяє чотири періоди розвитку математики: зародження математики, елементарної математики, математики змінних величин, сучасної математики.

Розуміння самостійного положення математики як особливої науки стало можливим після накопичення досить великого фактичного матеріалу і виникло вперше в Древній Греції в VI – V ст. до нашої ери. Це було початком *періоду елементарної математики*.

У перебігу цього періоду математичні дослідження мають справу лише з досить обмеженим запасом основних понять, що виникли у зв'язку з найпростішими запитами господарського життя. Разом з тим вже відбувається якісне вдосконалення математики як науки. З арифметики поступово виростає теорія чисел. Створюється алгебра як буквене обчислення. А створена стародавніми греками система викладу елементарної геометрії - геометрії

Евкліда - на два тисячоліття вперед зробилася зразком дедуктивного будування математичної теорії .

У XVII ст. запити природознавства і техніки привели до створення методів, що дозволяють математично вивчати рух, процеси зміни величин, перетворення геометричних фігур. З вживання змінних величин в аналітичної геометрії і створення диференціального й інтегрального обчислення починається *період математики змінних величин.*

На перший план висувається поняття функції, відіграватиме в надалі таку ж роль основного та самостійного предмета вивчення, як раніше поняття величини і числа. Вивчення функції призводить до основним поняттям математичного аналізу: межі, похідної, диференціалу, інтегралу. Створення аналітичної геометрії дозволило істотно розширити предмет вивчення геометрії завдяки знайденому універсальному способу перекладу питань геометрії на мову алгебри та аналізу - методу координат Р.Декарта. З іншого боку, відкрилася можливість геометричній інтерпретації алгебраїчних і аналітичних фактів.

Подальший розвиток математики привів на початку XIX ст. до постановки завдання вивчення можливих типів кількісних відносин і просторових форм з досить загальної точки зору. Зв'язок математики і природознавства, залишаючись по суті не менш тісною, набуває тепер все більш складні форми. Нові теорії виникають не тільки в результаті запитів природознавства і техніки, але також і в наслідок внутрішньої потреби самої математики. Чудовим прикладом такої теорії є "уявлювана" геометрія Н.Лобачевського. Розвиток подібного роду досліджень у математиці XIX – XX ст. дозволяє віднести її до *періоду сучасної математики* .

Потреби розвитку самої математики, "математизація" різних областей науки, проникнення математичних методів в багато сфер практичної діяльності, прогрес обчислювальної техніки привели до появи ряду нових математичних дисциплін, наприклад, дослідження операцій , теорія ігор , математична економіка та інші.

В основі побудова математичної теорії лежить *аксіоматичний метод* , при якому в фундамент теорії кладуться деякі вихідні положення, звані *аксіомами* теорії, а всі інші пропозиції теорії виходять як логічні наслідки аксіом. Прикладом застосування аксіоматичного підходу є евклідова геометрія, в якій чітко проведена ідея отримання основного змісту геометричної теорії чисто дедуктивним шляхом з невеликого числа аксіом, істинність яких представлялася наочно очевидною.

Основним методом у математичних дослідженнях є *математичні докази* - *суворі логічні міркування*. В силу об'єктивної необхідності, вказує чл.- кор. РАН Л.Д.Кудрявцев, *логічні міркування* (які за своєю природою, якщо вони правильні, є і строгими) *представляють метод математики*, без них математика немислима. Слід зазначити, що математичне мислення не зводиться лише до логічних міркувань. Для правильної постановки завдання, для оцінки її даних, для виділення істотних з них і для вибору способу її вирішення необхідна ще *математична інтуїція*, що дозволяє передбачати потрібний результат перш, ніж він буде отриманий, намітити шлях дослідження за допомогою правдоподібних міркувань. Але *справедливість розглянутого факту доводиться* не перевіркою її на ряді прикладів, не проведенням ряду експериментів (що саме по собі відіграє велику роль у математичних дослідженнях), а *чисто логічним шляхом, за законами формальної логіки*.

Сказане, звичайно, не означає, що в пропонованому курсі вищої математики ми повинні використовувати тільки "суворі" докази, зводячи все до аксіомам. Такого завдання ми не ставили тому, що це не тільки неможливо в рамках вузівського курсу (а тим більше короткого курсу у коледжі), але часто і недоцільно з методичної точки зору, так як в процесі вивчення дисципліни в обмежені терміни необхідно приділяти велику увагу роз'ясненню математичних понять (в тому числі і на інтуїтивному рівні), їх геометричному, фізичному і економічному глузду, вирішенню практичних завдань.

В математиці вивчаються *математичні моделі*. Це можуть бути як безпосередньо математичні моделі реальних явищ, так і об'єкти (структури) для вивчення цих моделей. Одна і та ж математична модель може описувати властивості далеких один від одного за своїм конкретним змістом реальних явищ. Так, одне і те ж диференціальне рівняння може описувати процеси росту населення і розпаду радіоактивної речовини. *Для математики важлива не природа аналізованих об'єктів, а існуючі між ними відносини*.

В математиці використовуються два види умовиводів*: дедукція та індукція*, що дозволяють зробити висновки відповідно на підставі загальних знань для окремого випадку і навпаки - на підставі окремих випадків про загальні судження.

Необхідні умови - ті, без яких розглядається твердження свідомо не може бути вірним, а достатні умови - ті, при виконанні яких це твердження свідомо вірно. Вираз "необхідно і достатньо", можна замінити рівносильними виразами "тоді і тільки тоді", "якщо і тільки якщо", "в тому і тільки в тому випадку". Необхідні і достатні умови володіють в математиці великою пізнавальною цінністю.

2. Прикладна спрямованість вищої математики та її видатні вчені.

Математика відіграє важливу роль у природничо-наукових, інженерно-технічних та гуманітарних дослідженнях . Вона стала для багатьох галузей знань не тільки знаряддям кількісного розрахунку, але також методом точного дослідження і засобом гранично чіткого формулювання понять і проблем. Без сучасної математики з її розвиненим логічним і обчислювальним апаратом був би неможливий прогрес у різних галузях людської діяльності.

Математика є не лише *потужним засобом вирішення прикладних завдань і універсальною мовою науки*, але також і *елементом загальної культури* .Тому математичну освіту слід розглядати як найважливішу складову в системі фундаментальної підготовки сучасного фахівця.

Основи вищої математики були розроблені в працях видатних вчених: математика і механіка Стародавньої Греції Архімеда (287-212 рр. до нашої ери); французького філософа і математика Р. Декарта (1596-1650); англійського фізика і математика І.Ньютона (1643-1727); німецького філософа, математика і фізика Г.Лейбніца (1646-1716); математика, механіка і фізика Л. Ейлера (1707-1783); французького математика і механіка Ж.Лагранжа (1736-1813); німецького математика К.Гауса (1777-1855); французького математика О.Коши(1789-1857) та багатьох інших великих вчених.

Великий внесок у розвиток математики внесли видатні російські математики - Н. І. Лобачевського (1792-1856), М.В.Остроградський (1801-1861), П.Л.Чебишев (1821-1894), А.А.Марков (1856 -1922), А.М.Ляпунов (1857-1918) та інші.

Сучасна російська математична школа займає передове місце в світовій математичній науці завдяки працям знаменитих математиків:А.Д.Александрова ,П.С.Александрова, В.И.Арнольда, С.Н.Бернштейна, Н.Н.Боголюбова, И.Н.Векуа, И.М.Виноградова, В.М.Глушкова, Л.В.Канторовича, М.В.Келдиша, А.Н.Колмогорова, М.А.Лаврентєва, Ю.В.Лінніка, А.И.Мальцева, П.С.Новікова, Ю.В.Прохорова, В.И.Смірнова, С.Л.Соболева, А.Н.Тіхонова і багатьох інших.

Значних результатів досяг також відомий український математик В. Я. Буняковський (1804-1889). Народився він в Барі (нині Вінницької області), навчався у Франції, працював у Петербурзі. Вирішував, крім інших математичних проблем, важливі прикладні завдання, пов'язані з математичною статистикою. Був почесним членом усіх університетів Російської Імперії, віце-президентом Академії Наук, головним експертом з питань статистики.

Значний внесок у розвиток прикладної математики вніс і український математик М.Ф.Кравчук (1892-1942). Народився він у с. Човниця (нині Волинської області), закінчив Луцьку гімназію, Київський університет. З 1925 професор, з 1929 року академік Всеукраїнської Академії Наук, її учений секретар, очолив Комісію математичної статистики.

Крім фундаментальних теоретичних робіт, написав кілька підручників про математику для середніх і вищих шкіл. У 1938 році його безпідставно репресували. Загинув на Колимі.

Закріплення нового матеріалу.

1. Що вивчає математика?
2. Дайте коротку історію розвитку математики.
3. Які нові математичні дисципліни ви знаєте?
4. Які основні методи лежать в основі побудови математичної теорії і в математичних дослідження?
5. Дайте коротку характеристику математичних моделей.
6. Які два види умовиводів використовуються в математиці?
7. Які умови використовуються при формулюванні математичних тверджень?
8. У яких дослідженнях математика відіграє важливу роль?
9. У працях яких видатних вчених, у тому числі і українських, були розроблені основи вищої математики?